TAMAYOZ-CONSEIL
ORIENTATION
ACCOMPAGNEMENT
EXCELLENCE

livre de concours 2023

# ENSAM

TAMAYOZ CONSEIL

**N°13-avenue 18 novembre-marrakech**
**Tel:0684958750**

CHALLENGE
EDUCATION

**Concours Commun d'accès en 1ère année ENSAM**

**Session du 02 Août 2022**

| Epreuve de : **Mathématiques** | Durée **: 2h15mn** |
|---|---|
| **Importants :** 1. Les calculatrices sont strictement interdites.<br>2. Aucune question n'est permise pendant l'épreuve. | |

### Partie I : Questions à choix multiples

Pour chaque question qui suit, cocher la bonne réponse dans la partie correspondante de la feuille des réponses

*(Une réponse correcte = **2pts**, aucune réponse, plus d'une réponse ou une réponse fausse = **0pts**)*

| | Questions |
|---|---|
| **Question 1** | Pour $n \in \mathbb{N}$, soit $S_n = \frac{n}{n^2+1} + \frac{n}{n^2+2} + \cdots + \frac{n}{n^2+n}$. A l'aide d'un encadrement de $S_n$, choisir la bonne réponse. |
| **Question 2** | Dans l'espace muni d'un repère orthonormé $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$ avec $\|\vec{\imath}\| = \|\vec{\jmath}\| = \|\vec{k}\| = 1\ cm$, on considère le point $A(1, -2, -1)$ et la droite $(D)$ d'équation cartésienne $\frac{x-1}{2} = y + 1 = z$. La distance $d$ du point $A$ à la droite $(D)$ est égale à : |
| **Question 3** | Pour $z \in \mathbb{C}$, on note par $M(z)$ le point du plan complexe d'affixe $z$. L'ensemble $A = \{M(z) : (Z - 3i)(\bar{z} + 3i) = 2\}$ est : |
| **Question 4** | Soit $f$ une fonction dérivable en 0 telle que $f(0) = 0$ et $f'(0) = 1$. La limite $\lim_{x\to 0} \frac{f(x)f(2x)\cdots f(nx)}{x^n}$ est égale à : |
| **Question 5** | Soit $f(x) = \frac{\ln(x)}{\sqrt{x}} - \frac{xe^x}{1+e^x}$. La courbe représentative $\mathcal{C}_f$ de $f$ admet en $+\infty$ : |
| **Question 6** | Soit $g$ la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = \frac{x}{1-e^{\frac{1}{x}}}$ si $x \neq 0$ et $g(0) = 0$, et soit $\mathcal{C}_g$ la courbe représentative de $g$. Choisir la bonne réponse. |
| **Question 7** | Soit $\begin{cases} u_0 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = u_n^2 + \frac{3}{16}, \ \forall n \geq 0. \end{cases}$ Sachant que la suite $(u_n)_n$ est décroissante, choisir la bonne réponse : |
| **Question 8** | Pour $n \in \mathbb{N}$, soit $I_n = \int_0^1 (1-x)^n e^{-nx} dx$. Choisir la bonne réponse. |
| **Question 9** | Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, le polynôme $P = nX^{n+1} - (n+1)X^n + 1$ est : |
| **Question 10** | Dans $\mathbb{R}^+$, l'équation $e^{-\sqrt{2}x} - \sqrt{2}\,x + \sqrt{3} = 0$ admet : |
| **Question 11** | Soit $f$ la fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ telle que $f(2021x + 2022) \leq 2021x \leq f(2021x) + 2022$. Choisir la bonne réponse. |
| **Question 12** | L'inéquation $\sin(x) + 2\sin(y) + 3 \leq 0$ admet dans $]-\pi, \pi]^2$ : |
| **Question 13** | Dans $\mathbb{N}^2$, l'équation $x^2 - y^2 - 21 = 0$ admet : |
| **Question 14** | Soit $a, b, c \in \mathbb{Z}$ tels que $a^3 + b^3 + c^3$ est divisible par 3, et soit $S = a + b + c$. Sachant que, pour tout $n \in \mathbb{Z}$, le nombre 3 divise $n^3 - n$, choisir la bonne réponse. |
| **Question 15** | Le nombre entier naturel $1^{2021} + 2^{2021} + \cdots + 4^{2021}$ est : |

### Partie II : Questions à réponses précises



Pour chaque question qui suit, écrire la réponse dans la partie correspondante de la feuille des réponses

*(Chaque réponse est notée sur **2pts**)*

| | Questions |
|---|---|
| **Question 16** | La porte d'un parking est munie d'une serrure à digicode portant les touches : les lettres du mot ENSAM et les chiffres non nuls. La porte s'ouvre lorsqu'on frappe dans l'ordre trois lettres et quatre chiffres qui forment un code. Les chiffres sont nécessairement distincts deux à deux, les lettres non. Quel est le nombre $N$ des codes possibles qui portent exactement deux lettres identiques ? |
| **Question 17** | Le tiers d'une population a été vacciné contre une maladie. Au cours d'une épidémie, on constate que 20 % de la population est victime de l'épidémie et que, sur 15 malades, il y a deux personnes vaccinées. Calculer la probabilité $P$ d'avoir une personne victime de la maladie sachant quelle a été vaccinée ? |
| **Question 18** | Soit les nombres complexes $\alpha = e^{\frac{2\pi i}{5}}$, $a = \alpha + \alpha^4$ et $b = \alpha^2 + \alpha^3$. Sachant que $\alpha$ est une racine du polynôme $P(z) = 1 + z + z^2 + z^3 + z^4$, calculer $a + b$ et $ab$, et en déduire la valeur de $\cos(\frac{2\pi}{5})$. |
| **Question 19** | Calculer la limite $\lim_{x\to 0^+} f(x)$ ; où $f(x) = \frac{e^x - \cos(\sqrt{x})}{x}$. |
| **Question 20** | En utilisant une intégration par parties, calculer l'intégrale $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{x}{\cos^2(x)} dx$. |
| **Question 21** | Soit $f$ la fonction définie sur $[0, \sqrt{2}]$ par $f(x) = \frac{\ln(x+\sqrt{2})}{\sqrt{x+\sqrt{2}}}$ et soit $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ tel que : $\|\vec{\imath}\| = \|\vec{\jmath}\| = 2cm$. Calculer le volume $V$ du solide engendré par la rotation de $\mathcal{C}_f$ autour de l'axe des abscisses. |
| **Question 22** | Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points $A$ et $B$ d'affixes respectivement $a = -\sqrt{3}$ +i et $b = i\bar{a}$. Soit $C$ l'image de $A$ par la rotation de centre $O$ et d'angle $\frac{\pi}{3}$ et soit $c$ l'affixe du point $C$. Donner la forme trigonométrique du nombre complexe $Z = \frac{b}{c}$ et déduire la nature du triangle $OBC$. |
| **Question 23** | Dans l'espace muni d'un repère orthonormé, on considère les points $A(\sqrt{2}, -1, 2)$, $B(3, -\sqrt{3}, 1)$, $C(1, -2, -1)$ et la sphère $\mathcal{S}$ d'équation cartésienne : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z + 1 = 0$. Déterminer l'intersection de la sphère $\mathcal{S}$ et le plan $(ABC)$. |
| **Question 24** | On considère l'équation différentielle $(E) : y'' - 4y' + 4y = (x - 2)e^x$. Sachant que la fonction $x \mapsto xe^x$ est une solution de $(E)$, déterminer la solution particulière $y_0$ de $(E)$ telle sa courbe représentative passe par le point $A(0, -2)$ et ayant une tangente en $A$ parallèle à l'axe des abscisses. |
| **Question 25** | On considère un demi-cercle $\mathcal{C}$ de diamètre $2\ cm$. Déterminer la valeur maximale $S_m$ de la surface d'un rectangle inscrit dans le demi-cercle $\mathcal{C}$. |

Arts et Métiers
ENSAM Maroc

**Concours Commun d'accès en 1ère année ENSAM**

**Session du 02 Août 2022**

TAMAYOZ CONSEIL

| Epreuve de : **Mathématiques** | Durée **: 2h15mn** |
|---|---|
| **Importants :** 1. Les calculatrices sont strictement interdites.<br>2. Aucune question n'est permise pendant l'épreuve. | |

## Partie I : Questions à choix multiples

Pour chaque question qui suit, cocher la bonne réponse dans la partie correspondante de la feuille des réponses

*(Une réponse correcte = **2pts**, aucune réponse, plus d'une réponse ou une réponse fausse = **0pts**)*

| | الأسئلة |
|---|---|
| **Question 1** | من أجل $n \in \mathbb{N}$، نضع $S_n = \frac{n}{n^2+1} + \frac{n}{n^2+2} + \cdots + \frac{n}{n^2+n}$. باستعمال تأطيرا ل $S_n$، اختر الإجابة الصحيحة. |
| **Question 2** | في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ حيث $\\|\vec{i}\\| = \\|\vec{j}\\| = \\|\vec{k}\\| = 1\,cm$ ، نعتبر النقطة $A(1,-2,-1)$ و المستقيم $(D)$ ذو المعادلة الديكارتية $\frac{x-1}{2} = y+1 = z$ . المسافة $d$ عن المستقيم $(D)$ تساوي : |
| **Question 3** | لكل $z \in \mathbb{C}$، نرمز ب $M(z)$ نقطة المستوى العقدي ذات اللحق $z$. المجموعة $A = \{M(z) : (Z-3i)(\bar{z}+3i) = 2\}$ هي : |
| **Question 4** | لتكن $f$ دالة عددية قابلة للإشتقاق في 0 بحيث $f(0) = 0$ و $f'(0) = 1$. النهاية $\lim_{x\to 0} \frac{f(x)f(2x)\cdots f(nx)}{x^n}$ تساوي : |
| **Question 5** | لتكن $f(x) = \frac{\ln(x)}{\sqrt{x}} - \frac{xe^x}{1+e^x}$. المنحنى $\mathcal{C}_f$ الممثل للدالة $f$ يقبل عند $+\infty$ : |
| **Question 6** | لتكن $g$ الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ ب $g(x) = \frac{x}{1-e^{\frac{1}{x}}}$ إذا كان $x \neq 0$ و $g(0) = 0$، و ليكن $\mathcal{C}_g$ المنحنى الممثل للدالة $g$. اختر الإجابة الصحيحة. |
| **Question 7** | ليكن $\begin{cases} u_0 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = u_n^2 + \frac{3}{16}, \ \forall n \geq 0 \end{cases}$. علما أن المتتالية $(u_n)_n$ تناقصية، اختر الإجابة الصحيحة. |
| **Question 8** | من أجل $n \in \mathbb{N}$، نضع $I_n = \int_0^1 (1-x)^n e^{-nx} dx$. اختر الإجابة الصحيحة. |
| **Question 9** | لكل $n \in \mathbb{N}^*$، الحدودية $P = nX^{n+1} - (n+1)X^n + 1$ : |
| **Question 10** | المعادلة $e^{-\sqrt{2}x} - \sqrt{2}\,x + \sqrt{3} = 0$ تقبل في $\mathbb{R}^+$ : |
| **Question 11** | لتكن $f$ الدالة المعرفة من $\mathbb{R}$ نحو $\mathbb{R}$ بحيث $f(2021x + 2022) \leq 2021x \leq f(2021x) + 2022$. اختر الإجابة الصحيحة. |
| **Question 12** | المتراجحة $\sin(x) + 2\sin(y) + 3 \leq 0$ تقبل في $]-\pi, \pi]^2$ : |
| **Question 13** | المعادلة $x^2 - y^2 - 21 = 0$ تقبل في $\mathbb{N}^2$ : |
| **Question 14** | ليكن $a, b, c \in \mathbb{Z}$ بحيث $a^3 + b^3 + c^3$ يقبل القسمة على 3، و ليكن $S = a + b + c$. علما أن، لكل $n \in \mathbb{Z}$، العدد 3 يقسم $n^3 - n$، اختر الإجابة الصحيحة. |
| **Question 15** | العدد الصحيح الطبيعي $1^{2021} + 2^{2021} + \cdots + 4^{2021}$ : |

## Partie II : Questions à réponses précises

Pour chaque question qui suit, écrire la réponse dans la partie correspondante de la feuille des réponses

*(Chaque réponse est notée sur **2pts**)*

| | الأسئلة |
|---|---|
| **Question 16** | باب مرآب للسيارات مزود بقفل رقمي يحمل المفاتيح : أحرف كلمة ENSAM و الأرقام الغير المنعدمة. يفتح الباب عند كتابة، بالترتيب، ثلاثة أحرف و أربعة أرقام؛ و التي تشكل قنا سريا. الأرقام مختلفة مثنى مثنى و الأحرف ليست بالضرورة مختلفة. ما هو العدد $N$ للأقنان الممكنة التي تحتوي بالضبط على حرفين منطبقين؟ |
| **Question 17** | تم تطعيم ساكنة ما ضد مرض معين. خلال وباء ما، نلاحظ % 20 من الساكنة هم ضحية للوباء، و أنه من بين 15 مريضا، هناك شخصان تم تطعيمهما. احسب $P$ احتمال الحصول على ضحية للمرض علما أنه تم تطعيمها. |
| **Question 18** | ليكن $\alpha = e^{\frac{2\pi i}{5}}$، $a = \alpha + \alpha^4$ و $b = \alpha^2 + \alpha^3$ . علما أن $\alpha$ جذرا للحدودية $P(z) = 1 + z + z^2 + z^3 + z^4$، احسب $a + b$ و $ab$، ثم استنتج قيمة $\cos(\frac{2\pi}{5})$. |
| **Question 19** | احسب النهاية $\lim_{x\to 0^+} f(x)$ limite؛ حيث $f(x) = \frac{e^x - \cos(\sqrt{x})}{x}$. |
| **Question 20** | باستعمال مكاملة بالأجزاء، احسب التكامل $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{x}{\cos^2(x)} dx$. |
| **Question 21** | لتكن $f$ الدالة المعرفة على $[0, \sqrt{2}]$ ب $f(x) = \frac{\ln(x+\sqrt{2})}{\sqrt{x+\sqrt{2}}}$ و $\mathcal{C}_f$ منحناها في معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ بحيث : $\\|\vec{i}\\| = \\|\vec{j}\\| = 2cm$. احسب الحجم $V$ للمجسم المولد بدوران $\mathcal{C}_f$ حول محور الأفاصيل. |
| **Question 22** | في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{u}, \vec{v})$، نعتبر النقطتين $A$ و $B$ ذات اللحقين $a = -\sqrt{3} + i$ و $b = i\bar{a}$ على التوالي. لتكن $C$ صورة النقطة $A$ بالدوران الذي مركزه $O$ و زاويته $\frac{\pi}{3}$ و ليكن $c$ لحق النقطة $C$. اعط الشكل المثلثي للعدد العقدي $Z = \frac{b}{c}$ و استنتج طبيعة المثلث $OBC$. |
| **Question 23** | في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم، نعتبر النقط $A(\sqrt{2}, -1, 2)$, $B(3, -\sqrt{3}, 1)$, $C(1, -2, -1)$ و الفلكة $\mathcal{S}$ ذات المعادلة الديكارتية : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z + 1 = 0$. حدد تقاطع الفلكة $\mathcal{S}$ و المستوى $(ABC)$. |
| **Question 24** | نعتبر المعادلة التفاضلية $(E) : y'' - 4y' + 4y = (x-2)e^x$. علما أن الدالة $x \mapsto xe^x$ حل ل $(E)$، حدد حلا خاصا $y_0$ ل $(E)$ بحيث منحناه يمر من النقطة $A(0,-2)$ و يقبل مماسا موازيا لمحور الأ فاصيل عند النقطة $A$. |
| **Question 25** | نعتبر نصف دائرة $\mathcal{C}$ قطرها $2\,cm$. حدد القيمة القصوية $S_m$ لمساحة مستطيل محاط بالنصف دائرة $\mathcal{C}$. |

Arts et Métiers ENSAM Maroc

**Concours Commun d'accès en 1ère année de l'ENSAM Maroc**

**Epreuve de Physique**

**Session du 02 Août 2022**

**Durée : 2h15mn**



**Remarques importantes :**

- L'épreuve est composée d'une seule page. Elle est rédigée en français et elle est traduite en arabe (voir verso de la feuille).
- Les réponses doivent être mentionnées sur la fiche de réponse donnée au candidat.
- Le candidat doit se concentrer sur le sujet d'examen sans poser aucune question concernant son contenu.

## Electricité (QCM : Marquez la bonne réponse sur la fiche de réponse)

**Le montage, schématisé sur la Figure 1, comporte :**

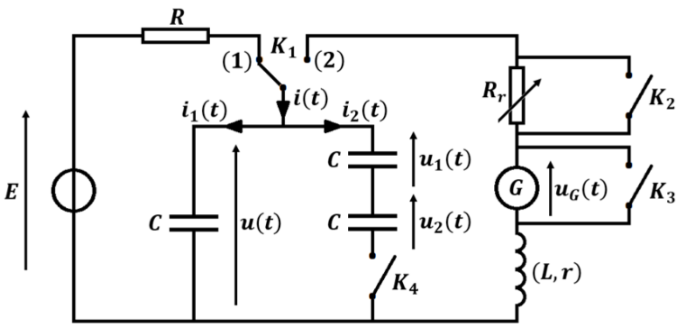



Figure 1.

- Un générateur idéal de tension de force électromotrice $E = 12V$ ;
- Un conducteur ohmique de résistance $R$ ;
- Trois condensateurs identiques de capacité $C$ ;
- Un conducteur ohmique de résistance réglable $R_r$ ;
- Un générateur $G$ de tension proportionnelle à l'intensité du courant : $u_G = k_0\, i(t)$ ;
- Une bobine d'inductance $L$ et de résistance $r$ non négligeable ;
- Des interrupteurs $K_1, K_2, K_3$ et $K_4$ .

A un instant choisi comme origine des dates $(t = 0)$, la tension $u(t = 0) = 0V$, l'interrupteur $K_1$ est mis sur la position (1) et l'interrupteur $K_4$ est fermé.

1. Trouver l'expression de $(i_1(t), i_2(t))$ en fonction de $i(t)$.
2. L'équation différentielle vérifiée par la tension $u(t)$ s'écrit sous la forme : $\beta RC\frac{du(t)}{dt} + u(t) = E$. Donner la valeur de $\beta$.
3. Préciser, en fonction des paramètres du circuit, l'expression de $(\alpha, \tau)$ pour que la solution de l'équation différentielle précédente s'écrive sous la forme : $u(t) = \alpha\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$.
4. Déduire la valeur initiale de l'intensité $i_1(t = 0)$ en fonction des paramètres du circuit.
5. La courbe d'évolution de l'intensité $i_2(t)$ a une tangente à l'instant $t = 0$ d'équation : $y = at + b$ avec $a = -20/3\ [mA/ms]$ et $b = 10\ [mA]$. Préciser la valeur numérique de $(i(t = 0), \tau)$.
6. Déduire la valeur de $(R, C)$.

On fixe la valeur de $R_r = 50\ \Omega$. A un instant choisi comme nouvelle origine des dates $(t = 0)$, l'énergie électrique emmagasinée dans le condensateur, ayant à ses bornes la tension $u(t)$, est $E_e(t = 0) = 0.18\ mJ$. L'intensité du courant $i(t = 0) = 0\ A$, l'interrupteur $K_1$ est mis sur la position (2) et l'interrupteur $K_4$ est ouvert. Les interrupteurs $K_2$ et $K_3$ sont fermés.

7. Préciser, en fonction des paramètres du montage, les expressions de $A$ et $B$, pour que l'équation différentielle vérifiée par la tension $u(t)$ soit de la forme :
$$\frac{d^2u(t)}{dt^2} + A\frac{du(t)}{dt} + Bu(t) = 0$$
8. L'évolution de la tension $u(t)$ est pseudopériodique, sa valeur maximale est $12V$ et elle a une pseudopériode supposée égale à la période propre $T_0 = 10\ ms$. Trouver la valeur de $(L, C)$.
On prend : $\pi^2 = 10$.

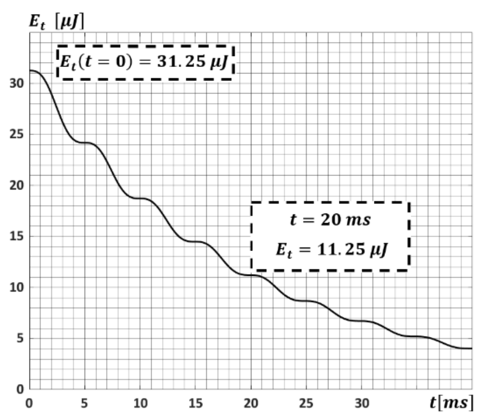



Figure 2.

9. A un instant choisi comme nouvelle origine des dates $(t = 0)$, l'intensité du courant $i(t = 0) = 0\ A$ et on ouvre l'interrupteur $K_2$. La courbe sur la Figure 2 représente l'évolution de l'énergie totale $E_t$ du circuit en fonction du temps.
Déterminer la valeur de l'énergie magnétique $E_m$ emmagasinée dans la bobine (en $\mu J$) à l'instant $t = 0$.
10. Déterminer la valeur de la tension $u(t)$ à l'instant $t = 0$.
11. Déterminer la valeur (en $\mu J$) de l'énergie dissipée par effet Joule à l'instant $t = 20\ ms$.
12. Etablir l'expression de la dérivée par rapport au temps de l'énergie totale $E_t$ du circuit en fonction du courant $i(t)$ et des paramètres du montage.
13. La tangente à la courbe (Figure 2) au point $(20\ ms, 11.25\ \mu J)$ est horizontale. Quelle est la valeur de la tension $u(t)$ à l'instant $t = 20\ ms$ ?
14. Déterminer l'énergie magnétique emmagasinée dans la bobine (en $\mu J$) à l'instant $t = 20\ ms$.

## Ondes et Décroissance radioactive (QCM : Marquez la bonne réponse sur la fiche de réponse)

Données : la vitesse de propagation de la lumière dans le vide : $c = 3.10^8\ m.s^{-1}$, la demi-vie du carbone $^{14}_{6}C$ est de 5 600 années.

La longueur d'onde de la lumière orange dans le vide est $\lambda_0 = 624\ nm$ (On donne : $1\ THz = 10^{12}\ Hz$).

15. La valeur de la fréquence $f$ (en $THz$) de cette radiation est d'environ :
16. Lorsque cette onde traverse un bloc de diamant d'indice $n = 2,418$, sa longueur d'onde :
17. La longueur d'onde $\lambda$ (en $nm$) de cette radiation dans ce bloc de diamant vaut environ :
18. La vitesse $v$ (en $m/s$) de propagation de cette lumière dans ce bloc de diamant a pour valeur environ :

On éclaire un cheveu fin d'épaisseur $e = 2,4\ mm$, avec un laser émettant une lumière rouge de longueur d'onde $\lambda = 600\ nm$. On observe sur un écran placé à une distance $D = 2\ m$ du cheveu une tache centrale de largeur $L$.

19. La fréquence (en $Hz$) de l'onde lumineuse émise par ce laser vaut :
20. Lorsque cette lumière rouge se propage dans le verre (indice de réfraction 1,5), la fréquence de cette onde :
21. L'écart angulaire $\theta$ entre le milieu de la tache centrale et la première tache sombre est donné par (on considère que $\theta$ est petit et exprimé en radian) :
22. L'écart angulaire $\theta$ augmente quand :
23. La valeur de l'écart angulaire $\theta$ en degré est :
24. La largeur de la tache centrale (en $cm$) a pour valeur :
25. En utilisant un laser émettant une lumière bleue, l'écart angulaire $\theta$ :

Dans une cuve à onde, un vibreur produit dans un point S, situé à la surface libre de l'eau, une onde périodique de fréquence $f = 4\ Hz$, de hauteur maximale $0,2\ m$ et de vitesse de propagation $v = 4\ m.s^{-1}$. Cette onde est décrite par l'équation suivante : $z(t) = A\cos(\frac{2\pi}{T}(t - \tau))$ tel que $z(t)$ est l'élongation d'un point M de la surface d'eau distant horizontalement de $x$ du point S, $A$ et $T$ sont respectivement l'amplitude et la période propre de l'onde.

26. Le retard $\tau$ est exprimé par la relation suivante :
27. La vitesse de déplacement vertical $v_v(t)$(en $m/s$) à l'instant $t = 4\ s$ et à un point M de la surface de l'eau distant de $4\ m$ du point $S$ vaut :

28. On émet, à l'aide d'un haut-parleur, un signal sonore sinusoïdal. L'onde se propage à la vitesse $v = 340\ m.s^{-1}$. Cette onde se réfléchit sur un obstacle situé à une distance notée $d$ de la source. L'écho de l'onde sonore est entendu $0,3\ s$ après l'émission du signal. Donner la valeur (en $m$) de $d$ :

29. Une substance radioactive contient de l'Iode 131 de demi-vie 8 jours et du Césium137 de demi-vie 30 ans. La part de l'activité radioactive due à l'iode est de $200\ kBq$ et celle due au césium est de $50\ kBq$. Quelle sera l'activité (en $kBq$) de cette substance dans 10 mois (1 mois = 30 jours) ?

30. Pour un être vivant, on définit le rapport $r = \frac{N_{C14}}{N_{C12}} = 10^{-12}$ avec $N_{C14}$ et $N_{C12}$ sont respectivement le nombre d'atomes de carbone 14 et le nombre d'atomes de carbone 12. Après sa mort, ce rapport $r$ décroît et atteint pour un cas d'étude la valeur $0,125.10^{-12}$. Combien d'années se sont écoulées depuis la mort de l'être vivant objet de l'étude ?

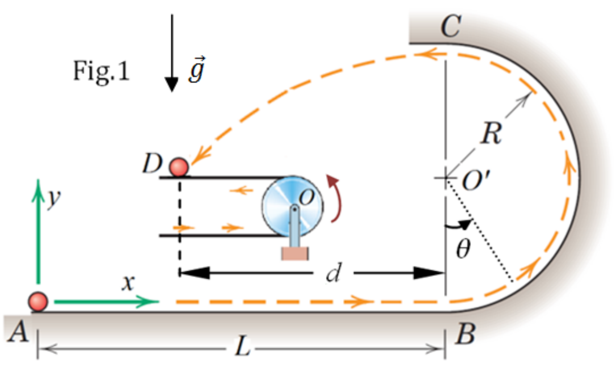
## Mécanique

On suppose que l'accélération de la pesanteur est constante et égale à $g = 10\ \mathrm{m/s^2}$, dirigée vers le bas.

Les problèmes I et II sont indépendants.

## Problème I (Rédaction : On écrit seulement le résultat final sur la fiche de réponse).

Une bille métallique représentée par un point matériel de masse $m$ passe par le chemin $ABCD$ (Fig.1) tel que : la portion $AB$ est rectiligne horizontale de longueur $L$ ; $BC$ est demi-circulaire de rayon $R$ et la portion $CD$ est parabolique. Placée au point $D$, la bille est ensuite transférée vers son lieu final via une chaine destinée à cette fonction. La position géométrique du point $D$ est définie dans le repère fixe $(A, x, y)$ par les distances données $L, d$ et $R$. L'étude sera abordée en deux parties 1 et 2, en tenant compte ou non des frottements.




Données et notation :

- $m$ : masse de la bille,
- $v_0$ : vitesse initiale de la bille (vitesse au point de départ $A$).
- Les points $O$ et $O'$ sont fixes
- Les points $D$ et $O'$ sont *alignés* sur *l'horizontale* tels que : $DO' = d = 2R$
- on donne : $m = 0.5\ kg$, $R = 1m, L = 3m$.

Partie 1 : Dans cette partie, les frottements sont négligés, la bille fait son départ du point $A$ avec une vitesse initiale $v_0$. Déterminer :

31. la vitesse $v_C$ de la bille au point $C$ en fonction de $v_0$, $g$ et $R$.
32. la vitesse $v_C$ nécessaire pour que la bille se positionne au point $D$, en fonction de $g$ *et* $R$ (*On pourra choisir le repère fixe* $(C, x', y')$ *tel que* $x' = -x$ *et* $y' = -y$)
33. la valeur de $v_0(m/s)$ permettant de positionner la bille en $D$.
34. La valeur du temps en seconde, $t = t_{AB} + t_{CD}$, mis par la bille sur les deux portions de trajet $AB$ et $CD$, respectivement.

Partie 2 : Dans cette partie, les frottements sont considérés le long du trajet de la bille qui fait départ du point $A$ avec une vitesse initiale $v_0$. L'action de frottement est notée $\vec{f}$, cette action s'oppose au mouvement de la bille telle que :

- Sur le trajet $AB$, cette force $\vec{f}$ est horizontale et constante, d'intensité $f = 2N$ ($N$ : Newton)
- Sur le trajet $BC$, cette force s'exprime sous la forme : $\vec{f} = -k\vec{v}/\|\vec{v}\|$, où $k$ est un coefficient constant connu ($k = 2N$), elle est portée par la tangentielle à l'arc du demi-cercle $BC$, mais opposée à la vitesse
- Sur le trajet $CD$, la force de frottement $\vec{f} = f\vec{y}$, où $f$ est l'intensité de cette force constante connue ($f = 2N$).

35. Sur le trajet $AB$, exprimer l'accélération $\gamma$ de la bille en fonction de $f$ et $m$.
36. Exprimer la vitesse $v_B$ de la bille en $B$ en fonction de $f, m, L$ et $v_0$.
37. Sur le trajet $CD$, calculer la vitesse $v_C(m/s)$ en $C$ permettant de positionner la bille au point $D$.
38. Sur le trajet $BC$, calculer la somme des travaux $W(\text{Joule})$ de la force de frottement et du poids de la bille entre les points $B$ et $C$, en admettant que le travail de la force de frottement $\vec{f}$ vaut $-2\pi\ Joule$.
39. Calculer la vitesse $v_0(m/s)$ permettant de positionner la bille en $D$.
40. Si le temps mis par la bille entre les points $A$ et $B$ fait 25% du temps total $t_t$ nécessaire entre $A$ et $D$, calculer le temps $t_t(\text{en}\ seconde)$.

## Problème II (QCM : Marquez la bonne réponse sur la fiche de réponse) :

Un système de monte-charge (Fig.2) est composé d'un moteur d'axe fixe $\Delta$, qui fait tourner la poulie (même axe $\Delta$) de rayon $R_t$, d'un câble inextensible sans masse et de deux poulies d'axes $(A, \vec{z})$ et $(B, \vec{z})$, parallèles et horizontaux (Fig.2), l'ensemble est destiné à soulever la masse $m$ tel que :

- Le câble s'enroule sans glisser sur les gorges des poulies
- Poulie d'axe $(A, \vec{z})$, son axe est fixe : Rayon $R$, Moment d'inertie $J$ par rapport à son axe de rotation, la poulie tourne sans frottement par rapport à son axe, sa vitesse est notée $\dot{\theta}$.
- Poulie d'axe $(B, \vec{z})$: Rayon $r$, Masse *négligée*, la poulie tourne sans frottement par rapport à son axe, et peut translater verticalement.
- Pour faire monter la masse $m$ d'une hauteur $h$ donnée, la poulie d'axe $\Delta$ est animée en rotation selon le schéma de la figure 3 représentant la variation de sa vitesse $\omega$ en fonction du temps.

Soit le point $M$ du câble pointé sur la Figure 2. Lors du mouvement, on désigne par $x$ le déplacement du point $M$, par $y$ le déplacement vertical de la masse $m$ et celui de la poulie d'axe $(B, \vec{z})$, à l'instant $t = 0$ : $x = 0$ et $y = 0$. On admet le long du problème la relation entre $x$ et $y$ telle que : $x = 2y$. *Pour les applications numériques* : $m = 25\ kg$; $R_t = 0,2\ m$ ; $R = 0,25\ m$ ; $J = 0,2\ kgm^2$; $\omega_t = 4\pi\ rad/s$.

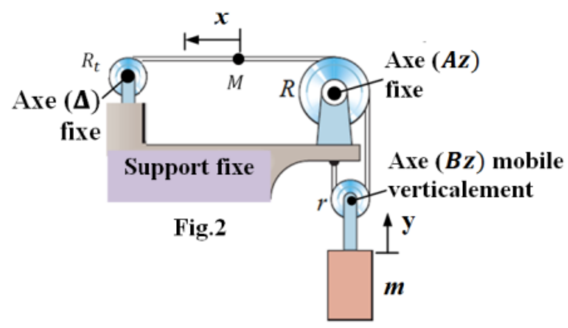


Fig.2

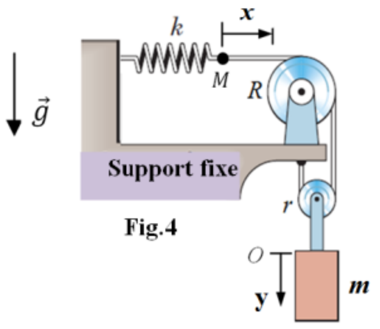


Fig.4

41. Lors de la phase d'accélération (a-b) (Fig.3), calculer l'accélération $\gamma(\mathrm{m/s^2})$ de la masse $m$.
42. Calculer la distance $h(m)$ parcourue par la masse durant les 8 s (Fig.3).
43. Lors de la phase (b-c) (Fig.3), calculer la tension $T(N)$ du câble.

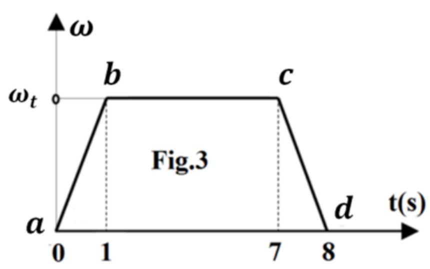


Fig.3

44. Lors de la montée de la masse dans la phase (a-b), calculer la tension $T(N)$ du câble attaché à la poulie de rayon $R_t$.

Dans la suite, on considère la figure 4. Pour analyser l'influence des états de marches – arrêts du moteur sur la dynamique du système, on a remplacé une partie du câble par un ressort de raideur $k = 10^4 N/m$ selon la figure 4. Le reste du câble est inchangé en conservant toutes les hypothèses initialement considérées. On écarte la masse $m$ de sa position d'équilibre "$O$" vers le bas d'une distance $y(t = 0) = 0,1m$, puis on l'abandonne sans vitesse initiale. On considère le point "$O$" à l'équilibre comme origine des ordonnés $y$. Déterminer :

45. l'allongement du ressort $\Delta l_0$ à l'état d'équilibre du système en fonction de $m, g$ *et* $k$.
46. l'énergie potentielle totale $E_p$ du système en fonction de $k, m, g, \Delta l_0$ *et* $x$, en considérant que l'énergie potentielle due à la pesanteur est nulle à l'état d'équilibre du système.
47. la valeur de la période propre $T_0(s)$ du système.
48. la valeur de l'énergie mécanique $E_m(Joule)$ du système à $t = T_0/4$.

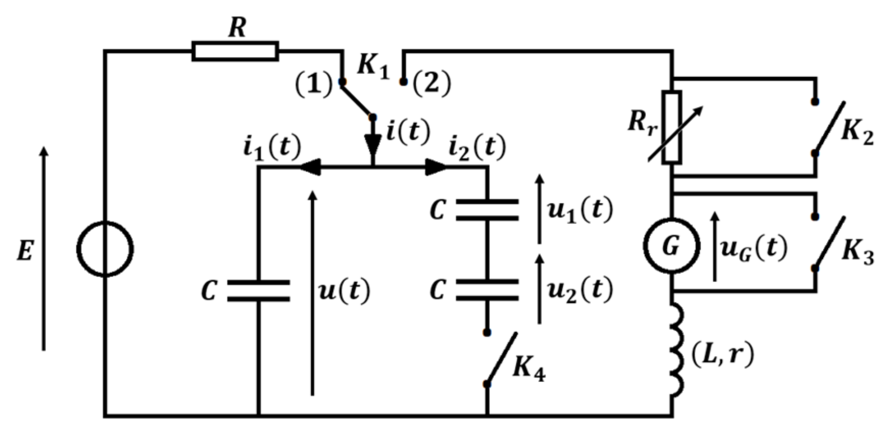
| | | |
|---|---|---|
| Arts et Métiers ENSAM Maroc | المباراة المشتركة لولوج السنة الاولى ENSAM Maroc<br>مادة الفيزياء<br>دورة 02 غشت 2022<br>مدة الإنجاز: ساعتان و 15 دقيقة | TAMAYOZ CONSEIL |

**ملاحظات هامة:**

- يتألف موضوع الامتحان من صفحة واحدة، فهو مُحَرّر باللُّغة العربية و مترجم إلى اللُّغة الفرنسية (انظر ظهر الورقة) .
- تكتب الأجوبة في ورقة الإجابة التي تُمْنَح للمترشح.
- على المترشح التركيز على موضوع الامتحان دون طرح أي استفسار يتعلق بمضمونه.

## الكهرباء ( QCM : نختار الجواب الصحيح من بين الأجوبة المُشار إليها في ورقة الإجابة)

نُنجز التركيب الكهربائي الممثل في الشكل 1.




الشكل 1

يتكون هذا التركيب من:

- مولد مؤمثل للتوتر قوته الكهرمحركة $E = 12V$;
- موصل أومي ذي مقاومة $R$ ;
- ثلاث مكثفات بنفس السعة $C$ ;
- موصل أومي ذي مقاومة $R_r$ قابلة للضبط ;
- مولد $G$ ذي توتر يتناسب اطرادا مع شدة التوتر$i(t)$ $u_G = k_0\ i(t)$ ;
- وشيعة معامل تحريضها $L$ ومقاومتها $r$ غير مهملة ;
- قواطع للتيار $K_1, K_2, K_3$ و$K_4$.

عند لحظة $(t = 0)$ نتخذها أصلا للتواريخ، شدة التوتر $u(t = 0) = 0V$، نؤرجح قاطع التيار $K_1$ الى الموضع $(1)$ ونغلق قاطع التيار $K_4$ .

1- أوجد تعبير $\left(i_1(t), i_2(t)\right)$ بدلالة $i(t)$.

2- المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التوتر اللحظية $u(t)$ تكتب على الشكل : $\beta RC\frac{du(t)}{dt} + u(t) = E$. أوجد قيمة $\beta$.

3- أعط، بدلالة بارامترات الدارة، تعبير $(\alpha, \tau)$ ، ليكتب حل المعادلة التفاضلية السابقة على الشكل: $u(t) = \alpha\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$.

4- استنتج القيمة البدئية لشدة التيار$i_1(t = 0)$ بدلالة بارامترات الدارة.

5- معادلة مماس منحنى $i_2$ بدلالة الزمن عند اللحظة $(t = 0)$ هي: $y = at + b$ مع $a = -20/3\ [mA/ms]$ و $b = 10\ [mA]$. أعط قيمة $(i(t = 0), \tau)$.

6- استنتج قيمة $(R, C)$.

نضبط مقاومة الموصل الأومي $R_r = 50\ \Omega$. عند لحظة $(t = 0)$ نتخذها أصلا جديدا للتواريخ، قيمة الطاقة الكهربائية المخزونة في المكثف ذي التوتر $u(t)$ هي: $E_e(t = 0) = 0.18\ mJ$. شدة التيار $i(t = 0) = 0A$, نؤرجح قاطع التيار $K_1$ الى الموضع $(2)$, نفتح قاطع التيار $K_4$ ونغلق قاطعي التيار $K_2$ و$K_3$.

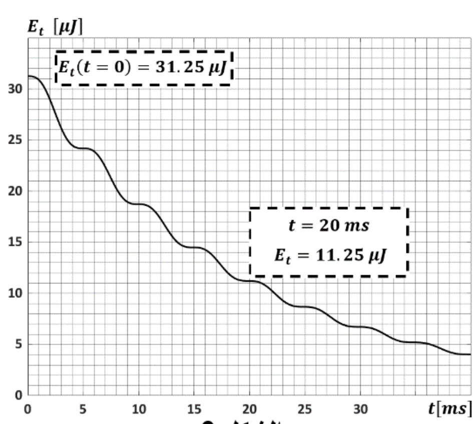
7- أوجد، بدلالة بارامترات الدارة، تعبير $A$ و $B$، لتكتب المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر$u(t)$ على الشكل التالي:

$$\frac{d^2u(t)}{dt^2} + A\frac{du(t)}{dt} + Bu(t) = 0$$

8- تبين معاينة المنحنى الممثل لتغيرات التوتر$u(t)$ أن نظام التذبذب شبه دوري و أن قيمة $u(t)$ القصوية هي: $12V$ . نعتبر أن شبه الدور للتذبذبات يساوي الدور الخاص: $T_0 = 10\ ms$. أوجد قيمة $(L, C)$.

نأخذ: $\pi^2 = 10$.

9- عند لحظة $(t = 0)$ نتخذها أصلا جديدا للتواريخ، شدة التيار تساوي $i(t = 0) = 0A$ و نفتح قاطع التيار $K_2$. يمثل منحنى الشكل 2 تغيرات الطاقة الكلية $E_t(t)$ للدارة بدلالة الزمن. أوجد قيمة الطاقة المغناطيسية $E_m$ المخزونة في الوشيعة $(\mu J)$ عند اللحظة $(t = 0)$.




الشكل 2

10- أوجد قيمة التوتر $u(t)$ عند اللحظة $(t = 0)$.

11- أوجد قيمة الطاقة المبددة بمفعول جول $(\mu J)$ عند اللحظة $(t = 20ms)$.

12- أوجد تعبير المشتقة بالنسبة للزمن للطاقة الكلية $E_t(t)$ للدارة بدلالة شدة التيار $i(t)$ و بارامترات الدارة.

13- المستقيم المماس للمنحنى (الشكل 2) عند النقطة $(t = 20ms, 11.25\ \mu J)$ أفقي. ماهي قيمة شدة التوتر $u(t)$ عند اللحظة $t = 20ms$ ؟

14- أوجد قيمة الطاقة المغناطيسية $E_m$ المخزونة في الوشيعة $(\mu J)$ عند اللحظة $(t = 20ms)$.

## الموجات و التناقص الإشعاعي (QCM : نختار الجواب الصحيح من بين الأجوبة المُشار إليها في ورقة الإجابة)

**معطيات :** سرعة انتشار الضوء في الفراغ هي: $c = 3.10^8\ m.s^{-1}$ ، عمر النصف للكربون $^{14}_{6}C$ هو 5600 سنة.

قيمة طول الموجة للضوء البرتقالي في الفراغ هي $\lambda_0 = 624\ nm$ (نعطي: $1\ THz = 10^{12}\ Hz$).

15- قيمة التردد $f$ (ب $THz$) لهذا الإشعاع هي تقريبا:

16- عندما تنتشر هذه الموجة في كتلة من الماس معامل انكسارها $n = 2,418$، فإن طولها الموجي:

17- قيمة طول الموجة $\lambda$ (ب $nm$) لهذا الإشعاع في هذه الكتلة من الماس هي تقريبا:

18- قيمة سرعة انتشار هذا الضوء $v$ (ب $m/s$) في هذه الكتلة من الماس هي تقريبا:

نضيء شعرة رقيقة سمكها $e = 2,4\ mm$ بواسطة إشعاع لازر يبعث ضوءا أحمرا طول موجته في الفراغ $\lambda = 600\ \text{nm}$. نلاحظ على شاشة موضوعة على مسافة $D = 2\ m$ من الشعرة بقعة مركزية عرضها $L$.

19- قيمة تردد الضوء (ب $Hz$) المنبعث من هذا المنبع هي:

20- عندما ينتشر هذا الضوء الأحمر في الزجاج (معامل انكساره 1,5)، فإن تردد هذه الموجة:

21- تعبير الفرق الزاوي $\theta$ بين وسط البقعة المركزية وأول بقعة مظلمة هو (تُعتبر $\theta$ زاوية صغيرة معبر عنها بالراديان) :

22- الفرق الزاوي $\theta$ يزداد عندما:

23- قيمة الفرق الزاوي $\theta$ بالدرجة هي:

24- قيمة عرض البقعة المركزية (ب $cm$) هي:

25- باستخدام منبع لازر ينبعث منه ضوء أزرق، فإن الفرق الزاوي $\theta$ :

في حوض الموجات، يحدث هزاز في نقطة S من السطح الحر للماء موجة متوالية ترددها $f = 4\,Hz$، علوها الأقصى $0,2\,m$ وسرعة انتشارها $v = 4\,m.s^{-1}$. يُعبر عن هذه الموجة بالمعادلة الاتية: $z(t) = A\cos(\frac{2\pi}{T}(t-\tau))$ حيث إن $z(t)$ هي استطالة نقطة M من سطح الماء تبعد أفقيا عن النقطة S بالمسافة $x$، $A$ و $T$ هما على التوالي وسع ودور الموجة.

26- يُعبر عن التأخر الزمني $\tau$ بالعلاقة الاتية:

27- قيمة سرعة الحركة الرأسية $v_v(t)$ (ب $m/s$) عند اللحظة $t = 4\,s$ وعند نقطة M من سطح الماء تبعد عن S ب $4\,m$ هي :

28- نبعث إشارة صوتية جيبية عن طريق مكبر للصوت. تنتشر هذه الموجة بسرعة $v = 340\,m.s^{-1}$. تنعكس هذه الموجة على عائق يقع على مسافة $d$ من المنبع. يتم سماع صدى الموجة الصوتية بعد 0,3 s من إرسال الإشارة. أعط قيمة $d$ (ب $m$):

29- تحتوي مادة مشعة على اليود 131 وله عمر النصف 8 أيام والسيزيوم 137 وله عمر النصف 30 عامًا. حصة النشاط الإشعاعي الناتجة عن اليود هي $200\,kBq$، والناتجة عن السيزيوم هي $50\,kBq$. ما هي قيمة النشاط الإشعاعي (ب $kBq$) لهذه المادة بعد 10 شهور (شهر واحد = 30 يوم)؟

30- بالنسبة لكائن حي، نُعرف النسبة $r$ بالعلاقة : $r = \frac{N_{C14}}{N_{C12}} = 10^{-12}$ حيث أن $N_{C14}$ و $N_{C12}$ هما على التوالي عدد ذرات الكربون 14 و عدد ذرات الكربون 12. بعد وفاته، تتناقص هذه النسبة وتساوي في دراسة حالة $0,125.10^{-12}$. كم سنة مرت على وفاة الكائن الحي محل الدراسة؟

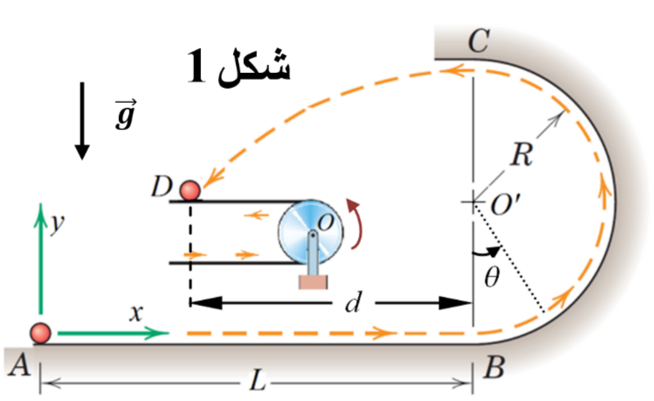
## الميكانيك

نفترض أن شدة مجال الثقالة تبقى ثابتة وقيمتها: $g = 10\,m/s^2$ متجهة الى الأسفل.

المسألتان I و II مستقلتان.

### المسألة I - تحرير: نكتب فقط النتيجة النهائية في ورقة الإجابة:

كرية معدنية ممثلة بنقطة مادية كتلتها $m$ تمر عبر المسار $ABCD$ (الشكل 1) حيث : الجزء $AB$ مستقيم أفقي بطول $L$ ؛ $BC$ : نصف دائري شعاعه $R$ والجزء $CD$ شكله شلجمي .




- $m$ : كتلة الكرية
- $v_0$ : السرعة البدئية للكرية (السرعة عند نقطة البداية $A$ )
- النقطتان $O$ و $O'$ ثابتتان
- النقطتان $D$ و $O'$ مصطفتان أفقيا بحيث : $DO' = d = 2R$ .
- نعطي : $m = 0.5\,kg$
$R = 1m, L = 3m$

عند وصولها النقطة $D$ ، يتم نقل الكرية إلى موقعها النهائي عبر ناقل مخصص لهذا الغرض. يتم تحديد الموقع الهندسي للنقطة $D$ في المرجع الثابت $(A, x, y)$ بالمسافات المعطاة $L$ , $d$ و $R$.
ستتم الدراسة في جزأين 1 و 2 ، مع مراعاة الاحتكاك أو إهماله.

**الجزء 1:** في هذا الجزء ، يتم إهمال الاحتكاكات ، تقوم الكرية بمغادرة النقطة $A$ بسرعة بدئية $v_0$ . حدد :

31- سرعة الكرية $v_c$ عند النقطة $C$ بدلالة $v_0$، $g$ و $R$.

32- السرعة اللازمة للكرية لوضعها عند النقطة $D$ بدلالة $g$ و $R$ ( يمكن اختيار المرجع الثابت $(C, x', y')$ بحيث $x' = -x$ و $y' = -y$) .

33- قيمة السرعة البدئية $v_0(m/s)$ التي تسمح بوضع الكرية عند النقطة $D$.

34- المدة الزمنية اللازمة بالثانية $(s)$ لحركة الكرية على المسارين $AB$ و $CD$ على التوالي : $t = t_{AB} + t_{CD}$.

**الجزء 2** : في هذا الجزء ، يتم اعتبار الاحتكاكات على طول مسار الكرية التي تنطلق دائما من النقطة $A$ بسرعة بدئية $v_0$ . نفترض أن الإحتكاكات تكافئ قوة $\vec{f}$ تؤثر عكس مَنْحَى الحركة بحيث :

- على المسار $AB$، هذه القوة $\vec{f}$ أفقية وثابتة، شدتها تساوي $f = 2N$ ($N$ : نيوتن).
- على المسار $BC$ ، يتم التعبير عن هذه القوة بالصيغة $\vec{f} = -k\vec{v}/\|\vec{v}\|$ ، حيث $k$ هو معامل ثابت معروف $(k = 2N)$ ، و هي موجهة عكس السرعة مماسيا لنصف الدائرة $BC$ .
- على المسار $CD$ ، قوة الاحتكاك ثابتة و تكتب على الشكل $\vec{f} = f\,\vec{y}$ ، حيث $f$ هي شدة هذه القوة $(f = 2N)$.

35- عبر عن تسارع الكرية γ في المسار $AB$ بدلالة $f$ و $m$ .

36- عبر عن السرعة $v_B$ للكرية في النقطة $B$ بدلالة $m, L, v_0$ و $f$ .

37- احسب السرعة $v_c(m/s)$ في النقطة $C$ للسماح للكرية بوضعها عند النقطة $D$ (اعتبر المسار $CD$) .

38- في المسار $BC$, احسب مجموع الأشغال $W(Joule)$ لقوة الاحتكاك ووزن الكرية بين النقطتين $B$ و $C$، باعتبار أن شغل قوة الاحتكاك $\vec{f}$ يساوي $-2\pi\,Joule$.

39- احسب السرعة $v_0(m/s)$ التي تسمح بوضع الكرية عند النقطة $D$.

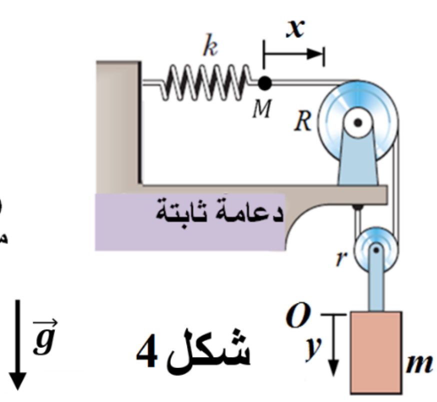
40- إذا كانت المدة الزمنية التي تستغرقها الكرية بين النقطتين $A$ و $B$ هي 25٪ من إجمالي المدة $t_t$ اللازمة بين $A$ و $D$ ، فاحسب $t_t$ بالثانية $(s)$.

### المسألة II ( QCM ) : نختار الجواب الصحيح من بين الأجوبة المُشار إليها في ورقة الإجابة :

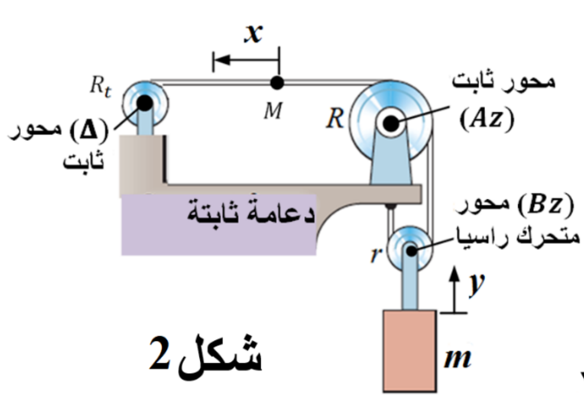
يتكون نظام رفع حمولة من محرك ذي محورأفقي ثابت Δ، يقوم بتدوير البكرة (نفس المحور Δ) التي شعاعها $R_t$ (الشكل 2) وكابل ذي كتلة مهملة وغير قابل للإمتداد وبكرتين ذات المحاور $(A\vec{z})$ و $(B\vec{z})$ متوازيين و أفقيين ، يهدف النظام إلى رفع الكتلة $m$، حيث :

- يلف الكابل دون انزلاق على مجريي البَكَرات
- البكرة ذات المحور $(A\vec{z})$، محورها ثابت، شعاعها $R$ ، عزم قصورها بالنسبة لمحور دورانها $J$ ، حركة دوران البكرة حول محورها دون احتكاك ، ونرمز ب $\dot{\theta}$ سرعة دورانها.
- البكرة ذات المحور $(B\vec{z})$، كتلتها مهملة ، شعاعها $r$ ، حركة دوران البكرة حول محورها دون احتكاك ، يمكن للمحور $(B\vec{z})$ الحركة رأسيا.
- لرفع الكتلة $m$ لارتفاع معين $h$، يتم تحريك البكرة ذات المحور Δ وفقًا لمخطط سرعتها الزاوية $\omega$ الذي تم رسمه بدلالة الزمن (الشكل 3 ).

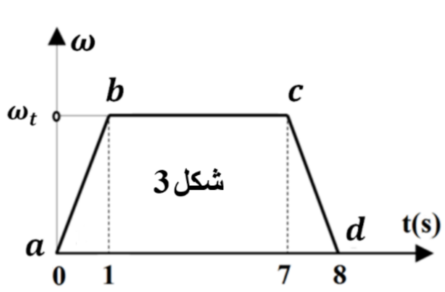
لنعتبر النقطة $M$ من الكابل ، المشار إليها في الشكل 2. خلال الحركة، يُعبر $x$ عن إزاحة النقطة $M$ ، و يُعبر $y$ عن إزاحة الكتلة $m$ وكذلك عن إزاحة البكرة $(B\vec{z})$ ، عند اللحظة $(t = 0)$ : $y = 0$ و $x = 0$. نقبل العلاقة بين $x$ و $y$ حيث $x = 2y$ . التطبيقات العددية :
$m = 25\,kg;\ R_t = 0,2\,m;\ R = 0,25\,m;\ J = 0,2\,kgm^2;\ \omega_t = 4\,\pi\,rad/s$.




شكل 4




شكل 2




41- خلال مرحلة التسارع (a-b) (الشكل 3) ، احسب التسارع γ (m/s²) للكتلة $m$.

42- احسب المسافة المقطوعة $h(m)$ من طرف الكتلة خلال ثمان ثواني (8s) (الشكل 3).

43- خلال المرحلة (b-c) (الشكل 3)، احسب توتر الكابل $T(N)$.

44- عند ارتفاع الكتلة في المرحلة (a-b)، احسب توتر الكابل $T(N)$ ، المشدود الى البكرة التي شعاعها $R_t$.

في ما يلي ، نعتبر الشكل 4. لدراسة تأثير حالة تردد " تشغيل- توقيف" المحرك على ديناميات النظام ، تم استبدال جزء من الكابل بنابض صلابته $k = 10^4\,N/m$، وفقًا للشكل 4. تبقى بقية الكابل دون تغيير عن طريق الاحتفاظ بجميع الفرضيات التي تم العمل بها في بداية المسألة.
نزيح الكتلة $m$ عن حالة توازن $''O''$ الى الأسفل بمسافة $y(t = 0) = 0,1\,m$ ، ثم نحررها دون سرعة بدئية. نعتبر النقطة $''O''$ عند التوازن كأصل للأراتيب $y$. حدد :

45- إطالة النابض $\Delta l_0$ عند التوازن بدلالة $k$ ، $g$ و $m$.

46- طاقة الوضع الإجمالية للنظام بدلالة $x$ ، $\Delta l_0$ ، $g$ ، $m$ و $k$ ، مع الأخذ في الاعتبار أن حالة التوازن حالة مرجعية بالنسبة لطاقة الوضع الثقالية.

47- قيمة الدور الخاص $T_0(s)$ للنظام .

48- قيمة الطاقة الميكانيكية $E_m(Joule)$ للنظام عند اللحظة $t = T_0/4$ .

ENSAM
ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE D'ARTS ET MÉTIERS
UNIVERSITÉ HASSAN II DE CASABLANCA



## CONCOURS D'ACCES A LA 1ERE ANNEE DES ANNÉES PRÉPARATOIRES INTÉGRÉES DES ENSAM

**31 Juillet 2021**

**EPREUVE DE MATHEMATIQUE**

| NOM PRÉNOM | | CNE | | LOCAL | | PLACE | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|

**Barème :** Une réponse juste : 2 pts, une réponse fausse, pas de réponse ou plus qu'une réponse : 0 pts

**Q1** — Soit $a$ un réel. On considère la suite $(X_n)_n$ telle que :
$$\begin{cases} X_0 = 0 \\ \forall n \in \mathbb{N}, \quad X_{n+1} = \frac{2}{3}X_n + \frac{1}{3}a^2 \end{cases}$$
En étudiant la nature de la suite $(Y_n)_n$ de terme général $Y_n = X_n - a^2$, la limite $(X_n)_n$ vaut:

س1 — ليكن $a$ عددا حقيقيا. نعتبر المتتالية العددية $(X_n)_n$ المعرفة بما يلي:
$$\begin{cases} X_0 = 0 \\ \forall n \in \mathbb{N}, \quad X_{n+1} = \frac{2}{3}X_n + \frac{1}{3}a^2 \end{cases}$$
بدراسة طبيعة المتتالية $(Y_n)_n$ ذات الحد العام $Y_n = X_n - a^2$ فإن نهاية $(X_n)_n$ هي:

| A | B | C | D | E |
|---|---|---|---|---|
| $0$ | $\frac{1}{3}a^2$ | $\frac{2}{3}a^2$ | $a^2$ | Autre réponse / جواب آخر |

**Q2** — La suite $(u_n)_n$ définie par :
$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+1} = \frac{u_n - 2}{2u_n - 1}$$

س2 — المتتالية $(u_n)_n$ المعرفة ب:
$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+1} = \frac{u_n - 2}{2u_n - 1}$$

| A | B | C | D | E |
|---|---|---|---|---|
| est géométrique de raison 2 / هندسية أساسها 2 | est arithmétique de raison 2 / حسابية أساسها 2 | est périodique de période 2 / دورية و دورها 2 | est stationnaire / ثابتة | Autre réponse / جواب آخر |

**Q3** — Calculer

س3 — لحسب
$$\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{1}{1\times2\times3} + \frac{1}{2\times3\times4} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)(n+2)}\right)$$

| A | B | C | D | E |
|---|---|---|---|---|
| $0$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{6}$ | $+\infty$ | Autre réponse / جواب آخر |

**Q4** — On suppose que le plan complexe est muni d'un repère orthonormé. Soient $A(a)$, $B(b)$ et $C(c)$ trois points non alignés. Une condition suffisante pour que le triangle $(ABC)$ soit équilatéral est :

س4 — المستوى العقدي منسوب الى معلم متعامد وممنظم .نعتبر النقط $A(a)$ و $B(b)$ و $C(c)$ غير مستقيمية. حدد شرطا كافيا لكي يكون المثلث $(ABC)$ متساوي الاضلاع.

| A | B | C | D | E |
|---|---|---|---|---|
| $2a = (1 - i\sqrt{3})b + (1 + i\sqrt{3})c$ | $2a = (1 - i\sqrt{3})b + (1 - i\sqrt{3})c$ | $2a = (1 - i\sqrt{3})b - (1 + i\sqrt{3})c$ | $2a = (1 + i\sqrt{3})b - (1 + i\sqrt{3})c$ | Autre réponse / جواب آخر |

**Q5** — Soient $(a, b) \in \mathbb{C}^2$ et $j = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$. Quelles sont les solutions complexes de l'équation
$$z^3 - 3abz + a^3 + b^3 = 0$$

س5 — ليكن a و b عددين عقديين. نضع $j = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ . ماهي الحلول العقدية للمعادلة
$$z^3 - 3abz + a^3 + b^3 = 0$$

| A | B | C | D | E |
|---|---|---|---|---|
| $-a-b, -aj+bj^2, -aj^2-bj$ | $-a-b, -aj-bj^2, -aj^2-bj$ | $-aj-bj^2, -aj^2+bj, -a-b$ | $aj-bj^2, -a-b, aj^2-bj$ | Autre réponse / جواب آخر |

**Q6** — Soient $z_1$, $z_2$ et $z_3$ les solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation
$$z^3 - (6+3i)z^2 + (9+12i)z - 9(2+3i) = 0.$$
On pose $L = z_3 - z_2$. Sachant que $z_1$ est un imaginaire pur, que vaut $L$ ?

س6 — ليكن $z_1$ و $z_2$ و $z_3$ الحلول العقدية للمعادلة
$$z^3 - (6+3i)z^2 + (9+12i)z - 9(2+3i) = 0$$
نضع $L = z_3 - z_2$. إذا علمت أن $z_1$ تخيلي صرف، ماهي قيمة $L$؟

| A | B | C | D | E |
|---|---|---|---|---|
| $L = -2\sqrt{3} - 2i\sqrt{3}$ | $L = 2\sqrt{3} - 2i\sqrt{3}$ | $L = -2\sqrt{3} + 2i\sqrt{3}$ | $L = +2\sqrt{3} + 2i\sqrt{3}$ | Autre réponse / جواب آخر |

**Q7** — $P$ et $Q$ deux assertions. Quelle est l'assertion toujours fausse (que $P$, $Q$ soient vraies ou fausses) ?

س7 — لتكن $P$ و $Q$ عبارتان. ماهي العبارة الخاطئة بغض النظر عن قيمتا الحقيقة ل $P$ و $Q$ ؟

| A | B | C | D | E |
|---|---|---|---|---|
| $(P \Rightarrow Q)$ ou $(Q \Rightarrow P)$ | $(P \Rightarrow Q)$ ou ($P$ et non $(Q)$) | $(P \Leftrightarrow Q)$ ou (non $(P) \Leftrightarrow$ non $(Q)$) | $P$ ou $(P \Rightarrow Q)$ | Autre réponse / جواب آخر |

**Q8** — Soit l'opérateur logique $\nabla$ définit pour deux assertions $P$ et $Q$ par :
$P \nabla Q \iff$ une et seulement une des deux assertions $P$ ou $Q$ est vraie
Choisir la bonne réponse :

س8 — $P$ و $Q$ عبارتان. نعرّف العمليّة المنطقية $\nabla$ بما يلي:
$P \nabla Q \iff$ واحدة وفقط واحدة من العبارتين $P$ أو $Q$ صحيحة
ما الجواب الصحيح؟

| A | B | C | D | E |
|---|---|---|---|---|
| $P$ ou $Q \Rightarrow P \nabla Q$ | non$(P)$ ou $Q \Rightarrow P \nabla Q$ | $P$ et $Q \Rightarrow$ (non$(P)$) $\nabla$ (non$(Q)$) | $P$ et $Q \Rightarrow$ non$(P) \nabla Q$ | Autre réponse / جواب آخر |

**Q9** — Soit $P$ un polynôme qui admet au moins $n$ racines distinctes strictement supérieures à 1. Alors le polynôme $Q(x) = (x^2+1)P(x)P'(x) + x\left((P(x))^2 + (P'(x))^2\right)$ admet au moins $m$ racines réelles distinctes où

س9 — لتكن $P$ حدودية تقبل على الأقل $n$ جذرا مختلفا وأكبر من 1.
إذاً الحدودية $Q(x) = (x^2+1)P(x)P'(x) + x\left((P(x))^2 + (P'(x))^2\right)$ تقبل على الأقل $m$ جذرا حقيقيا ومختلفا بحيث

| A | B | C | D | E |
|---|---|---|---|---|
| $m = 2(n-1)$ | $m = 2\left(n - \frac{1}{2}\right)$ | $m = 2n$ | $m = 2\left(n + \frac{1}{2}\right)$ | Autre réponse / جواب آخر |

**Q10** — Soit $F_m(X) = \frac{X+3}{(X+m)(X+2)^2}$ où $m$ est un paramètre réel. Soient $a$, $b$ et $c$ sont trois réels tels que
$$F_m(X) = \frac{a}{X+m} + \frac{b}{X+2} + \frac{c}{(X+2)^2}$$
Choisir la bonne réponse.

س10 — لتكن $F_m(X) = \frac{X+3}{(X+m)(X+2)^2}$ حيث $m$ بارامتر حقيقي. ليكن $a$ و $b$ و $c$ أعداد حقيقية بحيث
$$F_m(X) = \frac{a}{X+m} + \frac{b}{X+2} + \frac{c}{(X+2)^2}$$
ما هو الاختيار الصحيح؟

| A | B | C | D | E |
|---|---|---|---|---|
| $a+b+c = \frac{1}{-m}$ | $a+b+c = \frac{1}{1-m}$ | $a+b+c = \frac{1}{2-m}$ | $a+b+c = \frac{1}{3-m}$ | Autre réponse / جواب آخر |

**Q11** — Soient $A(X) = X^6 - 7X^5 + 10X^4 + 5X^3 - aX^2 + 5$ et $B(X) = X^3 - 5X^2 + b$ où $a$ et $b$ deux réels. Soit $A = BQ + R$ la division euclidienne de $A$ par $B$. Choisir la bonne réponse

س11 — لدينا $A(X) = X^6 - 7X^5 + 10X^4 + 5X^3 - aX^2 + 5$ و $B(X) = X^3 - 5X^2 + b$ بحيث $a$ و $b$ عددين حقيقيين. لتكن $A = BQ + R$ القسمة الاقليدية ل $A$ على $B$. ما هو الاختيار الصحيح؟

| A | B | C | D | E |
|---|---|---|---|---|
| 2 est le coefficient du monôme $X^2$ de $Q$. / 2 هو معامل الحد $X^2$ في الحدودية $Q$. | $b^2+5b+5$ est le coefficient constant de $R$. / $b^2+5b+5$ هو المعامل الثابت (معامل الحد $X^0$ ) في الحدودية $R$ | $b-4$ est la somme des coefficients du polynôme $Q$. / $b-4$ هو مجموع معاملات كل حدود $Q$ . | $b^2-a-8b+30$ est la somme des coefficients du polynôme $R$ / $b^2-a-8b+30$ هو مجموع معاملات كل حدود $R$ . | Autre réponse / جواب آخر |

**Q12** — Soit $f$ la fonction définie sur $D_f$ par $f(x) = \ln\left(x + \sqrt{1+x^2}\right)$. Choisir la bonne réponse.

س12 — لتكن $f$ الدالة المعرفة على $D_f$ ب $f(x) = \ln\left(x + \sqrt{1+x^2}\right)$ . ما هو الاختيار الصحيح؟

| A | B | C | D | E |
|---|---|---|---|---|
| $D_f = \mathbb{R}^+$ | $\left(\frac{1}{2}, f\left(\frac{1}{2}\right)\right)$ est un point d'inflexion de $f$ / $\left(\frac{1}{2}, f\left(\frac{1}{2}\right)\right)$ نقطة انعطاف لمنحى $f$ | $f$ est une fonction paire / $f$ دالة زوجية | $f$ est une fonction impaire / $f$ دالة فردية | Autre réponse / جواب آخر |

**Q13** — Soit $f$ la fonction définie par $f(x) = \ln\left(\varepsilon x + \sqrt{2x^2+4}\right)$ où $\varepsilon$ est paramètre réel.
Le point $\Omega(0, \ln 2)$ est un centre de symétrie de la courbe de $f$ si et seulement si :

س13 — لتكن $f$ الدالة المعرفة ب $f(x) = \ln\left(\varepsilon x + \sqrt{2x^2+4}\right)$ حيث $\varepsilon$ بارامتر حقيقي.
النقطة $\Omega(0, \ln 2)$ مركز تماثل لمنحنى الدالة $f$ إذا وفقط إذا كان:

| A | B | C | D | E |
|---|---|---|---|---|
| $\exists!\, \varepsilon \in ]2, +\infty[$ | $\exists!\, \varepsilon \in ]-\infty, -2[$ | Ils existent deux valeurs de $\varepsilon$ dans $[-1,1]$ / توجد قيمتان للبارامتر $\varepsilon$ بالمجال $[-1,1]$ | $\varepsilon^3 + 3\varepsilon^2 - 2\varepsilon - 6 = 0$ | Autre réponse / جواب آخر |

**Q14** — On considère la fonction $f$ définie par $f(x) = x\ln|e^x - 1|$. Choisir la mauvaise réponse.

س14 — نعتبر الدالة $f$ المعرفة بما يلي $f(x) = x\ln|e^x - 1|$ . ما هو الاختيار الخاطئ؟

| A | B | C | D | E |
|---|---|---|---|---|
| $f$ est prolongeable par continuité en 0. / $f$ تقبل تمديدا بالاتصال في 0. | $f$ est concave sur $]0, +\infty[$ / $f$ دالة مقعرة على المجال $]0, +\infty[$ | $f$ admet au moins un point d'inflexion / $f$ تقبل على الأقل نقطة للانعطاف | $f'$ est croissante sur $]0, +\infty[$ / $f'$ دالة تزايدية على المجال $]0, +\infty[$ | Autre réponse / جواب آخر |

**Q15** — Soit $f : ]-a, a[\setminus\{0\} \longrightarrow \mathbb{R}$ une fonction où $a \in \mathbb{R}^{*+}$. Choisir la mauvaise réponse.

س15 — لتكن $f : ]-a, a[\setminus\{0\} \longrightarrow \mathbb{R}$ دالة بحيث $a \in \mathbb{R}^{*+}$. ما هو الاختيار الخاطئ؟

| A | B | C | D | E |
|---|---|---|---|---|
| $\lim_{x\to0} f(x) = l \Leftrightarrow \lim_{x\to0} f(\sin x) = l$ | $\lim_{x\to0}(f(x) + f(2x)) = 0 \nRightarrow \lim_{x\to0} f(x)$ existe | $\lim_{x\to0}\left(f(x) + \frac{1}{\lvert f(x)\rvert}\right) = 0 \Rightarrow \lim_{x\to0} f(x) = -1$ | $\lim_{x\to0}(f(x)f(2x)) = 0 \nRightarrow \lim_{x\to0} f(x)$ existe | Autre réponse / جواب آخر |

**Q16** On pose $L_1 = \lim_{x\to+\infty} \sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}-\sqrt{x}$. Choisir la bonne réponse.

نضع $L_1 = \lim_{x\to+\infty} \sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}-\sqrt{x}$ . ما هو الاختيار الصحيح؟ **س16**

| A | B | C | D | E |
|---|---|---|---|---|
| $L_1 = \frac{1}{\sqrt{2}+1}$ | $L_1 = \frac{1}{\sqrt{3}+1}$ | $L_1 = \frac{1}{2}$ | $L_1 = +\infty$ | Autre réponse / جواب آخر |

**Q17** Calculer / احسب **س17**

$$\lim_{x\to0^+}\left(\frac{\sin x}{x}\right)^{\frac{1}{x^2}}$$

| A | B | C | D | E |
|---|---|---|---|---|
| $e^{-\frac{1}{7}}$ | $e^{-\frac{1}{6}}$ | $e^{-\frac{1}{5}}$ | $e^{-\frac{1}{4}}$ | Autre réponse / جواب آخر |

**Q18** La fonction définie par / الدالة المعرفة ب **س18**

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{x\ln 2}-\frac{1}{2^x-1} & \text{si } x\neq 0\\ \frac{1}{2} & \text{si } x=0\end{cases}$$

| A | B | C | D | E |
|---|---|---|---|---|
| est non dérivable en 0. / غير قابلة للاشتقاق في 0. | vérifie : $f'(0)=-\frac{\ln 2}{12}$ :تحقق | vérifie : $\lim_{x\to0} f''(x)=1$ :تحقق | Admet une branche parabolique en $-\infty$ / تقبل فرعا شلجميا بجوار $-\infty$ | Autre réponse / جواب آخر |

**Q19** Calculer / احسب **س19**

$$I=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{\cos x-\sin x}{\sin x+\cos x}dx$$

| A | B | C | D | E |
|---|---|---|---|---|
| $I=-\frac{\ln 2}{2}$ | $I=0$ | $I=\frac{\ln 2}{2}$ | $I=\ln 2$ | Autre réponse / جواب آخر |

**Q20** Calculer / احسب **س20**

$$\lim_{x\to+\infty}\left(\int_0^x e^{t^2}dt\right)^{\frac{1}{x^2}}$$

| A | B | C | D | E |
|---|---|---|---|---|
| 1 | $e$ | $e^2$ | $+\infty$ | Autre réponse / جواب آخر |

**Q21** Soit $(u_n)_n$ une suite définie par :

نعتبر المتتالية العددية $(X_n)_n$ المعرفة بما يلي: **س21**

$$u_0=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{dx}{\cos^2(x)} \quad \text{et} \quad \forall n\geq 1,\ u_n=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{\sin^n(x)}{\cos^2(x)}dx$$

Choisir la bonne réponse. / ما الجواب الصحيح؟

| A | B | C | D | E |
|---|---|---|---|---|
| $(u_n)_n$ est croissante / $(u_n)_n$ تزايدية | $(u_n)_n$ est divergente / $(u_n)_n$ غير متقاربة | $(u_n)_n$ est géométrique / $(u_n)_n$ هندسية | $\lim_{n\to\infty} u_n=0$ | Autre réponse / جواب آخر |

**Q22** Le nombre de solution de l'équation $\sin(3x)\cos^3(x)+\sin^3(x)\cos(3x)=\frac{3}{4}$ sur l'intervalle $[-3,2]$ est

عدد حلول المعادلة $\sin(3x)\cos^3(x)+\sin^3(x)\cos(3x)=\frac{3}{4}$ على المجال $[-3,2]$ هو **س22**

| A | B | C | D | E |
|---|---|---|---|---|
| 4 | 3 | 2 | 1 | Autre réponse / جواب آخر |

**Q23** Soit $A$ et $B$ deux événements, tels que $P(A)=\frac{3}{4}$, $P(B)=\frac{3}{8}$ et $P(A\cup\overline{B})=\frac{7}{8}$. Alors $P_B(A)$ vaut :

ليكن $A$ و $B$ حدثين بحيث $P(A)=\frac{3}{4}$ و $P(B)=\frac{3}{8}$ و $P(A\cup\overline{B})=\frac{7}{8}$. ما قيمة $P_B(A)$؟ **س23**

| A | B | C | D | E |
|---|---|---|---|---|
| $\frac{4}{5}$ | $\frac{7}{8}$ | $\frac{3}{7}$ | $\frac{5}{7}$ | Autre réponse / جواب آخر |

**Q24** Un candidat se présentant au concours des ENSAM 2021 décide de se baser uniquement sur le hasard. Il choisit, alors, les réponses au hasard et d'une manière indépendante l'une à autre. La probabilité de donner un nombre de réponses correctes au moins égale au nombre de réponses fausses vaut :

مترشح(ة) لمباراة الولوج للسنة الأولى ل ENSAM 2021 قرر(ت) ان يعتمد في اجوبته على الحظ والحظ فقط فبدأ(ت) اختيار الأجوبة بطريقة عشوائية والاختيارات مستقلة بعضها البعض. ما هو الاحتمال أن يكون لهذا(ه) المترشح(ة) ،في نهاية المباراة، عدد جوبة صحيحة يساوي على الأقل عدد اجوبته الخاطئة؟ **س24**

| A | B | C | D | E |
|---|---|---|---|---|
| $2{,}05\times10^{-8}$ | $5{,}88\times10^{-6}$ | $2{,}3\times10^{-4}$ | $2{,}7\times10^{-3}$ | Autre réponse / جواب آخر |

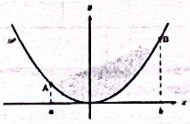
**Q25** On pose / نضع **س25**

$$L_2=\lim_{x\to1}(x-1)\tan\left(\frac{\pi}{2x}\right).$$

Choisir la meilleure approximation de $L_2$ / ما هي أحسن قيمة مقربة ل $L_2$؟

| A | B | C | D | E |
|---|---|---|---|---|
| 0.6367 | 0.6366 | 0.6365 | 0.6364 | Autre réponse / جواب آخر |

**Q26** Soit la figure ci-contre, où la courbe $\mathcal{P}$ est une parabole d'équation $y=mx^2$, avec $m>0$, $A$ et $B$ sont deux points d'abscisse respectivement $a$ et $b$ $(a<b)$. Soit $A_D$ l'aire du domaine hachuré (compris entre la courbe $\mathcal{P}$ et le segment $[AB]$). Choisir la bonne réponse.




نعتبر الشكل جانبه حيث $\mathcal{P}$ يمثل منحنى الشلجم ذو المعادلة $y=mx^2$ و $m$ بارامتر موجب قطعا، لتكن $A$ النقطة ذات الافصول $a$ و $B$ النقطة ذات الافصول $b$ بحيث $a<b$. نعتبر $A_D$ مساحة الجزء المخشش والمحصور بين المنحنى $\mathcal{P}$ والقطعة $[AB]$. ما هو الاختيار الصحيح؟ **س26**

| A | B | C | D | E |
|---|---|---|---|---|
| $A_D=m(b-a)\frac{a^2+b^2}{2}$ | $A_D=m(b-a)\frac{a^2+ab+b^2}{3}$ | $A_D=m\frac{(b-a)^3}{6}$ | $A_D=m\frac{(b-a)^3}{4}$ | Autre réponse / جواب آخر |

**Q27** Donner le déterminant du système $(S)$.

ما هي محددة النظمة $(S)$ ؟ **س27**

$$(S):\begin{cases}X+3Y+2mZ=-1\\-X+(1-2m)Y+2Z=2\\2X+3Y+mZ=3\end{cases}$$

| A | B | C | D | E |
|---|---|---|---|---|
| $-6m^2+6m+6$ | $-6m^2+6m-6$ | $-6m^2-6m+6$ | $6m^2-6m+6$ | Autre réponse / جواب آخر |

**Q28** Une certaine année est un nombre qui s'écrit $ABCD$, chaque lettre représentant un chiffre unique. Ce nombre est tel que : $ABCD+ABC+AB=2021$. Quelle est l'année ABCD ?

لتكن $ABCD$ سنة من السنوات بحيث كل حرف يمثل رقما وحيدا. السنة $ABCD$ تحقق العلاقة $ABCD+ABC+AB=2021$. ما هي السنة المطلوبة؟ **س28**

| A | B | C | D | E |
|---|---|---|---|---|
| 1542 | 1731 | 1641 | L'année $ABCD$ n'existe pas / لا توجد سنة $ABCD$ تحقق العلاقة. | Autre réponse / جواب آخر |

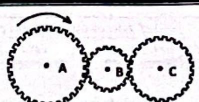
**Q29** Trouver le nombre qui remplace le point d'interrogation.

ما هو الاختيار الصحيح والذي يعوض علامة الاستفهام؟ **س29**

| | | |
|---|---|---|
| 218 | 275 | 114 |
| 111 | 160 | 98 |
| 220 | 372 | 304 |
| 400 | 578 | ? |

| A | B | C | D | E |
|---|---|---|---|---|
| 356 | 524 | 248 | 180 | Autre réponse / جواب آخر |

**Q30** La roue $A$ possède 39 dents, la roue $B$ 17 dents et la roue $C$ 26 dents. On fait tourner la roue $A$ d'exactement 18 tours. Combien de tours la roue $C$ fera-t-elle ?




تحتوي المجلة $A$ على 39 سناً والعجلة $B$ على 17 سناً والعجلة $C$ على 26 سناً. نذير المجلة $A$ 18 دورة بالضبط. كم عدد الدورات التي تدورها العجلة $C$ ؟ **س30**

| A | B | C | D | E |
|---|---|---|---|---|
| 27 | 29 | 31 | 32 | Autre réponse / جواب آخر |

CONCOURS D'ACCES A LA 1ERE ANNEE DES ANNÉES PRÉPARATOIRES INTÉGRÉES DES ENSAM

31 Juillet 2021

EPREUVE DE DE PHYSIQUE I (ELECTRICITE)

| NOM ET PRENOM | | CNE | | LOCAL | | PLACE | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|

**Barème :** Une réponse juste : 2 pts, une réponse fausse ou pas de réponse : 0 pts

## Partie A

On considère le circuit représenté sur la figure 1. Lorsque $K_1$ et $K_3$ sont fermés et $K_2$ est ouvert, ce circuit sera équivalent à celui de la figure 2. On donne $R_1= 2R_2=2R= 200\Omega$ et $E=15V$

## الجزء A

نعتبر التركيبة المبينة في الشكل 1. عندما يكون $K_1$ و $K_3$ مغلقين و $K_2$ مفتوحا فإن هده التركيبة تكافئ تلك الممثلة في الشكل 2. المعطيات $R_1=2R_2=2R=200\Omega$ و $E=15V$

Pour calculer $E_{th}$ on ouvre $K_2$ et $K_3$ et on ferme $K_1$

لحساب $E_{th}$ نقوم بفتح $K_2$ و $K_3$ ونغلق $K_1$.

Q31. Calculer la tension $V_1$ aux bornes de $R_1$ (cette valeur représente la tension $E_{th}$)

Q31. احسب التوتر $V_1$ بين قطبي $R_1$ (تمثل هده القيمة التوتر $E_{th}$)

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| A. $V_1=15V$ | B. $V_1=10V$ | C. $V_1=7,5V$ | D. $V_1=5V$ | E. Aucune |

Pour calculer $R_{th}$ on ouvre $K_1$ et $K_3$ et on ferme $K_2$

لحساب $R_{th}$ نقوم بفتح $K_1$ و $K_3$ ونغلق $K_2$

Q32. Calculer la résistance équivalente entre A et D (cette valeur représente celle de la résistance $R_{th}$)

Q32. احسب المقاومة المكافئة بين A و D ( تمثل هده القيمة المقاومة $R_{th}$)

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| A. $R_{th} = 300\ \Omega$ | B. $R_{th} = 200\ \Omega$ | C. $R_{th} = 150\ \Omega$ | D. $R_{th} = 100\ \Omega$ | E. Aucune |

Pour calculer l'intensité du courant i on ferme $K_1$ et $K_3$ et on ouvre $K_2$

لحساب شدة التيار i نغلق $K_1$ و $K_3$ و نفتح $K_2$

Q33. Calculer la valeur i (valeur entière la plus proche)

Q33. احسب شدة التيار i ( القيمة الصحيحة الأقرب )

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| A. $i\approx150mA$ | B. $i\approx75mA$ | C. $i\approx60mA$ | D. $i\approx50mA$ | E. Aucune |

On remplace R par un condensateur de capacité $C=10\mu F$ initialement non chargé, Soit t=0 le temps où les interrupteurs basculent vers leurs positions respectives. On note $\tau=R_{th}C$

نعوض المقاومة R بمكثف سعته $C=10\mu F$ غير مشحون بدئيا , نعتبر t=0 اللحظة التي غيرنا فيها مواضع قواطع التيار و $\tau=R_{th}C$

Q34. Etablir en fonction du temps, l'expression de l'intensité du courant i (en mA).

Q34. اوجد تعبير شدة التيار i بدلالة الزمن (ب mA )

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| A. $i(t) = 150e^{-\frac{t}{\tau}}$ | B. $i(t) = 150e^{-\frac{t}{\tau}} + 50$ | C. $i(t) = 100e^{-\frac{t}{\tau}}$ | D. $i(t) = 100e^{-\frac{t}{\tau}} + 50$ | E. Aucune |

## Partie B

On considère le circuit représenté sur le schéma de la figure 3. Lorsque $K_1$ et $K_3$ sont fermés et $K_2$ est ouvert ce circuit peut aussi être mis sous la forme de celui de la figure 2.

Dans la suite de l'exercice on suppose que $R_1= 2R_2=4R_3= 2R_4=2R= 200\Omega$ et $E=15V$

## الجزء B

نعتبر التركيبة المبينة في الشكل 3. عندما يكون $K_1$ و $K_3$ مغلقين و $K_2$ مفتوحا فإن هده التركيبة تكافئ كذلك تلك الممثلة في الشكل 2 . بالنسبة لبقية التمرين نفترض ان $R_1= 2R_2=4R_3=2R_4=2R=200\Omega$ و $E=15V$

Pour calculer $E_{th}$ on ouvre $K_2$ et $K_3$ et on ferme $K_1$

لحساب $E_{th}$ نقوم بفتح $K_2$ و $K_3$ ونغلق $K_1$

Q35. Calculer la tension $V_3$ aux bornes de $R_3$.

Q35. احسب التوتر $V_3$ بين قطبي $R_3$

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| A. $V_3=15V$ | B. $V_3=10V$ | C. $V_3=5V$ | D. $V_3=0V$ | E. Aucune |

Q36. En déduire $E_{th}= V_1 - V_3$ ($V_1$ est la tension aux bornes de $R_1$)

Q36. استنتج التوتر $E_{th}=V_1-V_3$ (يمثل $V_1$ التوتر بين قطبي $R_1$)

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| A. $E_{th}=15V$ | B. $E_{th}=10V$ | C. $E_{th}=5V$ | D. $E_{th}=0V$ | E. Aucune |

Pour calculer $R_{th}$ on ouvre $K_1$ et $K_3$ et on ferme $K_2$

لحساب $R_{th}$ نقوم بفتح $K_1$ و $K_3$ ونغلق $K_2$

Q37. Calculer la résistance équivalente ($R_{th}$) entre les points A et B.

Q37. احسب المقاومة المكافئة ($R_{th}$) بين النقطتين A و B

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| A. $R_{th} = 300\Omega$ | B. $R_{th} = 200\Omega$ | C. $R_{th} = 100\Omega$ | D. $R_{th} = 50\Omega$ | E. Aucune |

## Partie C

On remplace R par une bobine d'inductance $L=10mH$ et de résistance $R_L=100\Omega$. On ferme $K_1$ et $K_3$ et on ouvrt $K_2$. Soit t=0 le temps où les interrupteurs basculent vers leurs positions respectives.

## الجزء C

نعوض المقاومة R بوشيعة معامل تحريضها $L=10mH$ و مقاومتها $R_L=100\Omega$ نغلق $K_1$ و $K_3$ و نفتح $K_2$, نعتبر t=0 اللحظة التي غيرنا فيها مواضع قواطع التيار

Q38. Calculer i (0) l'intensité du courant i qui traverse la bobine à $t=0^+$

Q38. احسب i(0) شدة التيار i المار بالوشيعة عند $t=0^+$

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| A. $i(0)= 100mA$ | B. $i(0)= 50mA$ | C. $i(0) = 25mA$ | D. $i(0) = 0mA$ | E. Aucune |

Q39. Calculer i (∞) l'intensité du courant i en régime permanant

Q39. احسب i(∞) شدة التيار i في النظام الدائم

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| A. $i(\infty)= 100mA$ | B. $i(\infty)= 50mA$ | C. $i(\infty) = 25mA$ | D. $i(\infty) = 0mA$ | E. Aucune |

Q40. Etablir en fonction du temps, l'expression de l'intensité du courant i (τ' constante en s)

Q40. اوجد تعبير شدة التيار i بدلالة الزمن (τ' ثابتة ب s )

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| A. $i(t) = i(\infty)e^{-\frac{t}{\tau'}}$ | B. $i(t) = i(\infty)(1 - e^{-\frac{t}{\tau'}})$ | C. $i(t) = i(0)e^{-\frac{t}{\tau'}}$ | D. $i(t) = i(0)(1 - e^{-\frac{t}{\tau'}})$ | E. Aucune |

*Q41.* Calculer le temps de montée $t_m$ de l'intensité du courant i de 5% à 95%.

Q41. احسب $t_m$ مدة صعود شدة التيار i من 5% الى 95%

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| A. $t_m= 3,94\tau'$ | B. $t_m= 3,74\tau'$ | C. $t_m= 2,94\tau'$ | D. $t_m= 2,74\tau'$ | E. Aucune |

## Partie D

On considère le circuit représenté sur la figure 4. Lorsque $K_1$ et $K_3$ sont fermés et $K_2$ est ouvert, ce circuit sera équivalent aussi à celui de la figure 2. On donne $R_5=25\Omega$, $R_6=25\Omega$, $C=10\mu F$, $R_c=25\Omega$.

## الجزء D

نعتبر التركيبة المبينة في الشكل 4. عندما يكون $K_1$ و $K_3$ مغلقين و $K_2$ مفتوحا فإن هده التركيبة تكافئ كذلك تلك الممثلة في الشكل 2. المعطيات $R_5=25\Omega$ , $R_C=25\Omega$, $R_6=25\Omega$ و $C= 10\mu F$.

$K_2$ et $K_3$ sont ouverts et $K_1$ est fermé

نقوم بفتح $K_2$ و $K_3$ ونغلق $K_1$

*Q42.* Calculer la tension $V_{CD}$ entre C et D

Q42. احسب التوتر $V_{CD}$ بين C و D

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| A. $V_{CD}=15V$ | B. $V_{CD} =12V$ | C. $V_{CD} =8V$ | D. $V_{CD} =4V$ | E. Aucune |

*Q43.* Calculer la tension $V_1$ aux bornes de $R_1$

Q43. احسب التوتر $V_1$ بين قطبي $R_1$

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| A. $V_1=15V$ | B. $V_1=12V$ | C. $V_1=8V$ | D. $V_1=4V$ | E. Aucune |

*Q44.* Calculer la tension $V_3$ aux bornes de $R_3$

Q44. احسب التوتر $V_3$ بين قطبي $R_3$

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| A. $V_3=15V$ | B. $V_3=12V$ | C. $V_3=8V$ | D. $V_3=4V$ | E. Aucune |

*Q45.* En déduire $E_{th}= V_1-V_3$

Q45. استنتج $E_{th}=V_1-V_3$

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| A. $E_{th} =15V$ | B. $E_{th} =12V$ | C. $E_{th} =8V$ | D. $E_{th} =4V$ | E. Aucune |

$K_2$ est fermé $K_1$ et $K_3$ sont ouverts

نقوم بفتح $K_1$ و $K_3$ ونغلق $K_2$

*Q46.* Calculer la résistance équivalente $R_{th}$ entre A et B. (voir théorème de kennely figure 5)

Q46. احسب المقاومة المكافئة ($R_{th}$) بين النقطتين A و B (يمكن استعمال نظرية كينيلي كما في الشكل5)

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| A. $R_{th} = 302,22\Omega$ | B. $R_{th} = 202,22\Omega$ | C. $R_{th} = 102,22\Omega$ | D. $R_{th} = 10,222\Omega$ | E. Aucune |

$K_1$ et $K_3$ sont fermés $K_2$ est ouvert

نغلق $K_1$ و $K_3$ و نفتح $K_2$

Q47. Calculer $V_{AB}(0)$ valeur de la tension $V_{AB}$ à $t=0^+$

Q47. احسب التوتر $V_{AB}(0)$ قيمة التوتر $V_{AB}$ عند $t=0^+$

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| A. $V_{AB}(0)=15V$ | B. $V_{AB}(0)=6,976V$ | C. $V_{AB}(0)=0,697V$ | D. $V_{AB}(0)=0V$ | E. Aucune |

Q48. Calculer $V_{AB}(\infty)$ valeur de la tension $V_{AB}$ en régime permanent

Q48. احسب التوتر $V_{AB}(\infty)$ قيمة التوتر $V_{AB}$ في النظام الدائم

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| A. $V_{AB}(\infty)=15V$ | B. $V_{AB}(\infty)=12V$ | C. $V_{AB}(\infty)=0,697mV$ | D. $V_{AB}(\infty)=0,786V$ | E. Aucune |

Q49. Etablir en fonction du temps, l'expression de la tension $V_{AB}$ (τ'' constante en s)

Q49. اوجد تعبير التوتر $V_{AB}$ بدلالة الزمن (τ'' ثابتة ب s )

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| A. $v_{AB}(t) = 15(1 - e^{-\frac{t}{\tau''}})$ | B. $v_{AB}(t) = 10(1 - e^{-\frac{t}{\tau''}})$ | C. $v_{AB}(t) = 0,697(1 - e^{-\frac{t}{\tau''}})$ | D. $v_{AB}(t) = 0,786(1 - e^{-\frac{t}{\tau''}})$ | E. Aucune |

Q50. Calculer le temps de montée $t_m'$ de la tension $V_{AB}$ de 0% à 63%.

Q50. احسب $t_m'$ مدة صعود التوتر $V_{AB}$ من 0% الى 63%

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| A. $t_m'= 5\tau''$ | B. $t_m'= 3\tau''$ | C. $t_m'= 2\tau''$ | D. $t_m'= \tau''$ | E. Aucune |

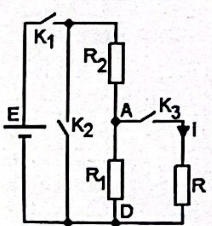



figure 1 الشكل

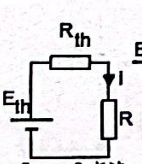



figure 2 الشكل

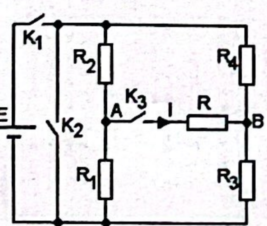



figure 3 الشكل

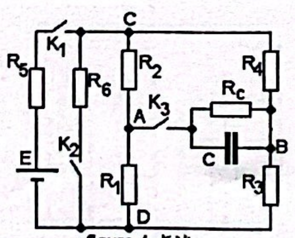
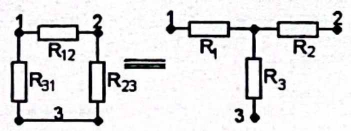



figure 4 الشكل




$$R_1 = \frac{R_{12}R_{31}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}} \qquad R_{12} = \frac{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}{R_3}$$

figure 5 الشكل

**CONCOURS D'ACCES A LA 1ÈRE ANNEE DES ANNÉES PRÉPARATOIRES INTÉGRÉES DES ENSAM**

**31 Juillet 2021**

**EPREUVE DE PHYSIQUE II (Mécanique)**

**Barème : Une réponse juste : 2 pts, une réponse fausse ou pas de réponse : 0 pts**

**Physique II (*Mécanique 1*) :**

On se propose dans ce problème d'étudier le mouvement d'un corps solide (S) de masse M attaché à une poulie ($\mathbb{P}$) à deux gorges de rayons $r_1$ et $r_2$ ($r_1 < r_2$). La poulie est de masse négligeable pouvant tourner autour de son axe horizontal ($\Delta$) fixe passant par son centre d'inertie. Un ressort vertical($\mathbb{R}$) de masse négligeable, de raideur $k$ et de longueur à vide $l_0$ est fixé au sol au point A alors que l'autre extrémité est liée à un solide ($S_0$) de masse $m$ attaché à la gorge de rayon $r_2$. Les fils (1) et (2) sont indilatables, de masses négligeables et ne glissent pas sur les gorges de la poulie. On note $\Delta l_e = l_e - l_0$ l'allongement du ressort à l'équilibre du système $\{(S), (S_0), \mathbb{P}, \mathbb{R}\}$ considéré est représenté sur la Fig. 1. Une tige de masse négligeable traverse ($\mathbb{P}$) (solidement fixée) selon son diamètre porte symétriquement sur ses deux extrémités deux masses $m_1 = m_2 = m$ de dimensions négligeables à une distance $l$ de ($\Delta$). On néglige les frottements et on note $g$ le champ de pesanteur supposé uniforme.

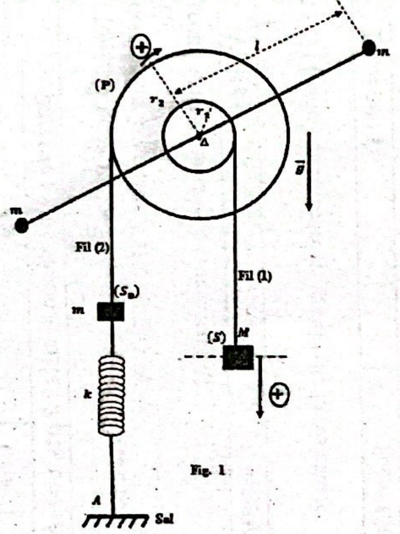



Fig. 1

**Partie1 :**

Q51- Déterminer l'allongement $\Delta l_e$ du ressort à l'équilibre du système en fonction de $M, m, g, k, r_1$ et $r_2$.

a. $\Delta l_e = \frac{g}{k}\left[\frac{Mr_2}{r_1} - m\right]$ b. $\Delta l_e = \frac{g}{k}\left[\frac{mr_1}{r_2} - M\right]$ c. $\Delta l_e = \frac{g}{k}\left[\frac{Mr_1}{r_2} - m\right]$

d. $\Delta l_e = \frac{k}{g}\left[\frac{Mr_1}{r_2} - m\right]$ e. Aucune réponse

Q52- Comment peut-on choisir les caractéristiques du système pour que l'allongement soit nul.

a- $Mr_2 = mr_1$, b. $mr_1 = Mr_2$, c. $Mr_1 = mr_2$, d. $Mr_1 = 2mr_2$,

e. Aucune réponse

On écarte ($S$) de sa position d'équilibre vers le bas d'une distance de 5 $cm$ et on le lâche sans vitesse initiale. L'instant $t = 0s$ correspond à son passage par sa position d'équilibre pour la première fois vers le haut. En appliquant la relation fondamentale de la dynamique sur ($S$), ($S_0$) et ($\mathbb{P}$), **Déterminer**

Q53- L'équation différentielle (ED) vérifiée par l'abscisse angulaire $\theta(t)$ de la poulie.

a. $\ddot{\theta} + \frac{k}{\frac{2ml^2}{r_2^2} - M\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 - m}\theta = 0$, b. $\ddot{\theta} + \frac{k}{\frac{2ml^2}{r_2^2} + M\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 + m}\theta = 0$ ,

c. $\ddot{\theta} + \frac{k}{\frac{2ml^2}{r_2^2} - M\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 + m}\theta = 0$ d. $\ddot{\theta} + \frac{k}{\frac{2Ml^2}{r_2^2} + M\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 + m}\theta = 0$

e. Aucune réponse

Q54-La période d'oscillation du système, $T$, en fonction de $k, m, l, r_1, r_2$ et $M$.

a. $T = \frac{2\pi}{\sqrt{k}}\sqrt{\frac{2ml^2}{r_2^2} - M\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 - m}$ b. $T = \frac{2\pi}{\sqrt{k}}\sqrt{\frac{2ml^2}{r_2^2} + M\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 + m}$

c. $T = \frac{2\pi}{\sqrt{k}}\sqrt{\frac{2ml^2}{r_2^2} - M\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 + m}$ d. $T = \frac{2\pi}{k}\sqrt{\frac{2ml^2}{r_2^2} + M\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 + m}$

e. Aucune réponse

Q55- Les grandeurs $z_m$ et $\varphi$ caractéristiques de l'équation horaire du mouvement de ($S$) sachant qu'elle s'écrit sous la forme : $z(t) = z_m\cos(\omega t + \varphi)$

a- $\begin{cases} z_m = 5\ cm \\ \varphi = -\pi/2 \end{cases}$ b- $\begin{cases} z_m = 5\ cm \\ \varphi = \pi/2 \end{cases}$ c- $\begin{cases} z_m = 5\ cm \\ \varphi = \pi/4 \end{cases}$ d- $\begin{cases} z_m = 5\ cm \\ \varphi = 3\pi/2 \end{cases}$

e- Aucune réponse

**Partie 2 :**

Sous les conditions $\Delta l_e = 0$ et $M = 2m$, un groupe d'élèves a mené une étude expérimentale en mesurant la période d'oscillation ($T^2$) en fonction $l^2$. Les résultats obtenus sont regroupés sur le tableau ci-dessous sachant que $k = 20\ N.m^{-1}$. ($\pi^2 = 10$).

| $l^2(cm^2)$ | 0 | 100 | 400 | 900 | 1600 |
|---|---|---|---|---|---|
| $T^2(s^2)$ | 0.6 | 1.85 | 5.6 | 11.85 | 20.6 |

**Déterminer** :

Q56- L'expression de $T^2$ (Q54) en fonction de $k, m, l$ et $r_1$.

a. $T^2 = \frac{2\pi^2 m}{k} + \frac{2\pi^2 m}{kr_1^2}l^2$ b. $T^2 = \frac{6\pi^2 m}{k} + \frac{2\pi^2 m}{kr_1^2}l^2$ c. $T^2 = \frac{6\pi^2 m}{k} + \frac{4\pi^2 m}{kr_1^2}l^2$

d. $T^2 = \frac{6\pi^2 m}{k} - \frac{2\pi^2 m}{kr_1^2}l^2$ e. Aucune réponse

Q57- Les masses $m$ et $M$.

a. $M = 2m = 100\ g$, b. $M = 2m = 400\ g$, c. $M = 2m = 800\ g$

d. $M = 2m = 200\ g$, e. Aucune réponse

Q58-Les dimensions de la poulie $r_1$ et $r_2$.

a. $\begin{cases} r_1 = 4cm \\ r_2 = 8cm \end{cases}$ b. $\begin{cases} r_1 = 2cm \\ r_2 = 4cm \end{cases}$ c. $\begin{cases} r_1 = 1cm \\ r_2 = 4cm \end{cases}$ d. $\begin{cases} r_1 = 4cm \\ r_2 = 10cm \end{cases}$

e. Aucune réponse

L'équation horaire $z_0(t)$ de $S_0$ en fonction du temps pour $\underline{l = 20\ cm}$ s'écrit comme suivant : $z_0(t) = z_{0m}\cos(\omega t + \varphi_0)$, **Déterminer** :

Q59- L'amplitude maximale $z_{0m}$ du mouvement de $S_0$.

a. $z_{0m} = 4$cm , b. $z_{0m} = 5$cm c. $z_{0m} = 10$cm, d. $z_{0m} = 12$ cm ,

e. Aucune réponse

Q60- La phase $\varphi_0$ caractéristiques du mouvement de $S_0$.

a. $\varphi_0 = \pi/2$, b. $\varphi_0 = \pi$, c. $\varphi_0 = -\pi/2$, d. $\varphi_0 = 0$, e. Aucune réponse

Q61- La pulsation $\omega(rad.s^{-1})$ caractéristique du mouvement de $S_0$.

a. 5.6 b. 2.67 c. 2.76 d. 7.65 e. Aucune réponse

***Physique II (Mécanique 2) :***

Un corps ponctuel (S) de masse $m$ arrive au point A avec une énergie cinétique $E_c^A \left(= \frac{1}{2}mv_A^2\right)$ pour parcourir un trajet (AC) constitué d'un rail horizontal (AB) suivi d'un rail de forme d'un quart de cercle (BC) de rayon (r). Suite aux frottements, le corps (S) arrive au point B en perdant 20% de son énergie cinétique de départ ($E_c^A$) tandis qu'il perd 80% de son énergie cinétique ($E_c^B$) en arrivant au point C. On note $g$ le champ de pesanteur supposé uniforme. **Déterminer** :

Q62-L'expression de $E_c^B$ en fonction de $E_c^A$.

a. $E_c^B = 0.2E_c^A$ b. $E_c^B = 0.8E_c^A$ c. $E_c^B = (0.2)^2E_c^A$

d. $E_c^B = (0.8)^2E_c^A$ e. Aucune réponse

Q63- L'expression du travail des forces de frottement entre $A$ et $B$.

a. $0.2E_c^A$ b. $0.8E_c^A$ c. $-0.2E_c^A$ d. $-0.8E_c^A$

e. Aucune réponse

Q64-L'expression du travail des forces de frottement entre $B$ et $C$.

a. $mgr - (0.2)^2E_c^A$ b. $mgr - (0.8)^2E_c^A$ c. $mgr - 0.16E_c^A$

d. $mgr - 0.4E_c^A$ e. Aucune réponse

Q65- Le rayon de l'arc (BC) pour que le travail de ces forces de frottements soit nul.

a. $\frac{(0.8)^2E_c^A}{mg}$ b. $\frac{0.16E_c^A}{mg}$ c. $\frac{(0.2)^2E_c^A}{mg}$ d. $\frac{0.4E_c^A}{mg}$

e. Aucune réponse

Le corps ($S$) quitte alors le rail ($BC$) en continuant sa montée verticale jusqu'à une hauteur qui vaut la moitié de celle obtenue en négligeant les frottements. **Déterminer** :

Q66- La hauteur de montée de ($S$) en négligeant les frottements :

a. $\frac{(0.2)^2}{mg}E_c^A$ b. $\frac{0.16}{mg}E_c^A$ c. $\frac{(0.8)^2}{mg}E_c^A$ d. $\frac{0.4}{mg}E_c^A$

e. Aucune réponse

Q67- L'expression du travail des forces de frottements lors de la montée de ($S$) est :

a. $-0.08\ E_c^A$ b. $-0.8\ E_c^A$ c. $0.08\ E_c^A$ d. $-0.02\ E_c^A$

e. Aucune réponse

Lors de sa descente à vitesse $v$, les frottements sont modélisés par une force d'intensité $\alpha v^2$ avec $\alpha$ une constante positive. **Déterminer** :

Q68- L'unité du coefficient $\alpha$ dans le système international.

a. $Kg.m$ b. $Kg.m^{-1}$ c. $Kg.m^{-1}.s^2$ d. $m.Kg^{-1}$

e. Aucune réponse

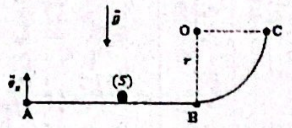
Q69- L'équation différentielle vérifiée par la vitesse de ($S$) lors de sa descente.

a. $\frac{dv}{dt} + \frac{\alpha}{m}v^2 = g$ b. $\frac{dv}{dt} - \frac{\alpha}{m}v^2 = g$ c. $\frac{dv}{dt} + \frac{\alpha}{m}v^2 = -g$

d. $\frac{dv}{dt} - \frac{\alpha}{m}v^2 = -g$ e. Aucune réponse

Q70- L'expression de la vitesse limite $v_l$ du corps ($S$).

a. $\sqrt{\frac{mg}{\alpha}}$ b. $-\sqrt{\frac{mg}{\alpha}}$ c. $\frac{mg}{\alpha}$ d. $\frac{\alpha}{mg}$ e. Aucune réponse



## فيزياء 2 (الميكانيك 1 )

من خلال هدا التمرين ستتم دراسة حركة جسم صلب كتلته $M$. مرتبط ببكرة (P) مكونة من حلقتين شعاعيهما $r_1$ و$r_2$ $(r_1 < r_2)$. البكرة ذا كتلة مهملة قابلة للدوران حول محور ثابت و افقي يمر بمركز ثقلها. نابض عمودي $(R)$ دو ثابتة $k$ و طول اصلي $l_0$ و كتلة مهملة مثبت في النقطة $A$ بينما طرفه الثاني مثبت بجسم كتلته $m$ و مرتبط بالبكرة عبر الحلقة التي شعاعها $r_2$.

نضع $\Delta l_e = l_e - l_0$ اطالة النابض عند توازن المجموعة $\{(S),(S_0),\mathbb{P},\mathbb{R}\}$ الممثلة في الشكل 1. الخيطان (1) و (2) دوا كتلة مهملة و غير قابلين للامتداد و لا ينزلقان حول مجريا البكرة.

قضيب ذو كتلة مهملة مثبت باحكام على البكرة (P) وفقا لقطرها و يحمل بشكل متماثل على طرفيه كتلتان $(m_1 = m_2 = m)$ذات أبعاد مهملة على مسافة $l$ من (Δ). نهمل الاحتكاكات و .نسمي$g$ شدة مجال التقالة الدي نعتبره ثابتا.

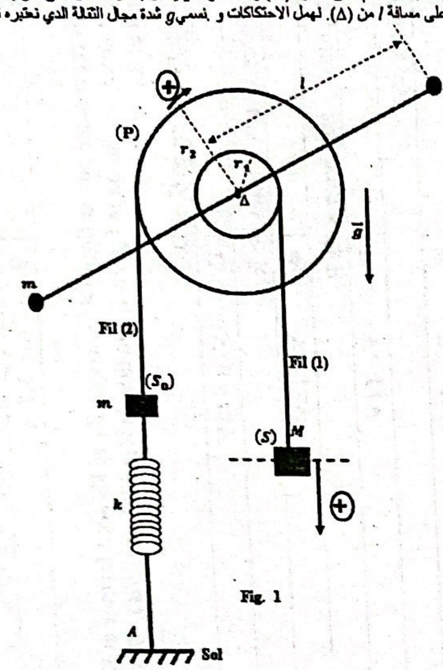



Fig. 1

**الجزء 1**

Q51 . اوجد إطالة النابض $\Delta l_e$ عند توازن المجموعة بدلالة $M,m,g,k,r_1$ و $r_2$.

a. $\Delta l_e = \frac{g}{k}\left[\frac{Mr_2}{r_1} - m\right]$   b. $\Delta l_e = \frac{g}{k}\left[\frac{mr_1}{r_2} - M\right]$   c. $\Delta l_e = \frac{g}{k}\left[\frac{Mr_1}{r_2} - m\right]$
d. $\Delta l_e = \frac{k}{g}\left[\frac{Mr_1}{r_2} - m\right]$   e. Aucune réponse

Q52. كيف يمكن اختيار مميزات المجموعة لكي تصبح هذه الاطالة منعدمة.

a- $Mr_2 = mr_1$,   b. $mr_1 = Mr_2$,   c. $Mr_1 = mr_2$,   d. $Mr_1 = 2mr_2$,
e. Aucune réponse

نزيح الجسم (S) عن موضع توازنه الى الأسفل بمسافة $5\ cm$ و نطلقه بدون سرعة بدئية. نعتبر اللحظة البدئية $(t = 0s)$ لحظة مرور الجسم بموضع توازنه لأول مرة نحو الأعلى. بتطبيق العلاقة الاساسية للدينامك **اوجد** :

Q53. المعادلة التفاضلية التي يحققها الافصول الزاوي للبكرة $\theta(t)$.

a. $\ddot{\theta} + \frac{k}{\frac{2ml^2}{r_2^2} - M\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 - m}\theta = 0$,   b. $\ddot{\theta} + \frac{k}{\frac{2ml^2}{r_2^2} + M\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 + m}\theta = 0$ ,
c. $\ddot{\theta} + \frac{k}{\frac{2ml^2}{r_2^2} - M\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 + m}\theta = 0$   d. $\ddot{\theta} + \frac{k}{\frac{2Ml^2}{r_2^2} + M\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 + m}\theta = 0$
e. Aucune réponse

Q54. الدور الخاص التدبدبي للمجموعة. $T$ بدلالة $k,m,l,r_1,r_2$ و $M$ .

a. $T = \frac{2\pi}{\sqrt{k}}\sqrt{\frac{2ml^2}{r_2^2} - M\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 - m}$   b. $T = \frac{2\pi}{\sqrt{k}}\sqrt{\frac{2ml^2}{r_2^2} + M\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 + m}$
c. $T = \frac{2\pi}{\sqrt{k}}\sqrt{\frac{2ml^2}{r_2^2} - M\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 + m}$   d. $T = \frac{2\pi}{k}\sqrt{\frac{2ml^2}{r_2^2} + M\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 + m}$
e. Aucune réponse

Q55. المقدارين $z_m$ و $\varphi$ المميزين للمعادلة الزمنية لحركة الجسم علما انها تكتب على الشكل الاتي :

$$z(t) = z_m\cos(\omega t + \varphi)$$

a- $\begin{cases} z_m = 5\ cm \\ \varphi = -\pi/2 \end{cases}$   b- $\begin{cases} z_m = 5\ cm \\ \varphi = \pi/2 \end{cases}$   c- $\begin{cases} z_m = 5\ cm \\ \varphi = \pi/4 \end{cases}$
d- $\begin{cases} z_m = 5\ cm \\ \varphi = 3\pi/2 \end{cases}$   e- Aucune réponse

**الجزء 2**

قامت مجموعة من التلاميذ بدراسة تجريبية من خلال قياس الدور الخاص للمجموعة بدلالة موضع الكتلتين $(l)$ في الحالة الخاصة $M = 2m$ و$\Delta l_e = 0$ , النتائج المحصل عليها تم تجميعها في الجدول اسفله علما ان ثابتة النابض هي$k = 20\ N.m^{-1}$ و$(\pi^2 = 10)$ .

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $l^2(cm^2)$ | 0 | 100 | 400 | 900 | 1600 |
| $T^2(s^2)$ | 0.6 | 1.85 | 5.6 | 11.85 | 20.6 |

**اوجد** :

Q56. الدور الخاص$T^2$ (Q54) بدلالة $k,m,l$ و $r_1$.

a. $T^2 = \frac{2\pi^2 m}{k} + \frac{2\pi^2 m}{kr_1^2}l^2$,   b. $T^2 = \frac{6\pi^2 m}{k} + \frac{2\pi^2 m}{kr_1^2}l^2$,   c. $T^2 = \frac{6\pi^2 m}{k} + \frac{4\pi^2 m}{kr_1^2}l^2$
d. $T^2 = \frac{6\pi^2 m}{k} - \frac{2\pi^2 m}{kr_1^2}l^2$,   e. Aucune réponse

Q57. الكتلتين $m$ و $M$.

a. $M = 2m = 100\ g$,   b. $M = 2m = 400\ g$,   c. $M = 2m = 800\ g$
d. $M = 2m = 200\ g$,   e. Aucune réponse

Q58. ابعاد البكرة $r_1$ و $r_2$.

a. $\begin{cases} r_1 = 4cm \\ r_2 = 8cm \end{cases}$   b. $\begin{cases} r_1 = 2cm \\ r_2 = 4cm \end{cases}$   c. $\begin{cases} r_1 = 1cm \\ r_2 = 4cm \end{cases}$   d. $\begin{cases} r_1 = 4cm \\ r_2 = 10cm \end{cases}$
e. Aucune réponse

المعادلة الزمنية $z_0(t)$ لحركة الجسم $S_0$ بالنسبة $\underline{l = 20\ cm}$ علما انها تكتب على الشكل التالي : $z_0(t) = z_{0m}\cos(\omega t + \varphi_0)$ **اوجد** :

Q59. الوسع القصوي $z_{0m}$ لحركة الجسم $S_0$

a. $z_{0m} = 4cm$ ,   b. $z_{0m} = 5cm$   c. $z_{0m} = 10cm$,   d. $z_{0m} = 12\ cm$ ,
e. Aucune réponse

Q60. الطور$\varphi_0$ المميز لحركة $S_0$

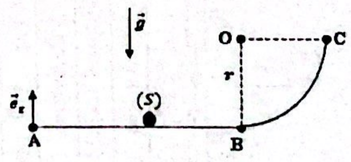
a. $\varphi_0 = \pi/2$,   b. $\varphi_0 = \pi$,   c. $\varphi_0 = -\pi/2$,   d . $\varphi_0 = 0$,   e. Aucune réponse

Q61. النبض الخاص ω المميز للحركة.

a. 5.6,   b. 2.67,   c. 2.76,   d . 7.65,   e. Aucune réponse

## فيزياء 2 (الميكانيك 2 )

يصل جسم نقطي (S) كتلته m إلى النقطة A بطاقة حركية $\left(E_c^A = \frac{1}{2}mv_A^2\right)$ للانتقال عبر مسار $(AC)$ مكون من سكة أفقية $(AB)$ متبوعة بسكة على شكل ربع دائرة $(BC)$ شعاعها $(r)$. نتيجة للاحتكاك يصل الجسم (S) إلى النقطة B حيث فقد 20% من طاقته الحركية الأولية $(E_c^A)$ بينما يفقد 80% من طاقته الحركية $(E_c^B)$ عند الوصول إلى النقطة $C$. نسمي$g$ شدة مجال التقالة الدي نعتبره ثابتا .**اوجد**.




Q62. تعبير $E_c^B$ بدلالة $E_c^A$ .

a. $E_c^B = 0.2E_c^A$   b. $E_c^B = 0.8E_c^A$   c. $E_c^B = (0.2)^2E_c^A$
d. $E_c^B = (0.8)^2E_c^A$   e. Aucune réponse

Q63. تعبير شغل قوى الاحتكاك بين A و B بدلالة $E_c^A$ .

a. $0.2E_c^A$   b. $0.8E_c^A$   c. $-0.2E_c^A$   d. $-0.8E_c^A$
e. Aucune réponse

Q64. تعبير شغل قوى الاحتكاك بين A و B بدلالة $E_c^A$

a. $mgr - (0.2)^2E_c^A$ .   b. $mgr - (0.8)^2E_c^A$   c. $mgr - 0.16E_c^A$   d. $mgr - 0.4E_c^A$   e. Aucune réponse

Q65. شعاع السكة الحدي لكي يصبح شغل هده القوى منعدم.

a. $\frac{([illegible])^2E_c^A}{mg}$   b. $\frac{0.16E_c^A}{mg}$   c. $\frac{(0.2)^2E_c^A}{mg}$   d. $\frac{0.4E_c^A}{mg}$
e. Aucune réponse

يترك الجسم$(S)$ السكة $(BC)$ مستمراً في صعوده الراسي إلى ارتفاع يساوي نصف الارتفاع الممكن الوصول اليه في حالة اهمال الاحتكاك. **اوجد**

Q66. تعبير ارتفاع الصعود باحتمال الاحتكاكات.

a. $\frac{(0.2)^2}{mg}E_c^A$   b. $\frac{0.16}{mg}E_c^A$   c. $\frac{(0.8)^2}{mg}E_c^A$   d. $\frac{0.4}{mg}E_c^A$
e. Aucune réponse

Q67. تعبير شغل قوى الاحتكاك اثناء الصعود الراسي للجسم بدلالة $E_c^A$

a. $-0.08\ E_c^A$   b. $-0.8\ E_c^A$   c. $0.08\ E_c^A$   d. $-0.02\ E_c^A$
e. Aucune réponse

اثناء سقوط الجسم بسرعة $\vec{v}$ يتم تمثيل قوى الاحتكاك بقوة شدتها $\alpha v^2$ حيث $\alpha$ ثابتة موجبة. اوجد:

Q68. وحدة الثابتة $\alpha$ في النظام العالمي للوحدات.

a. $Kg.m$   b. $Kg.m^{-1}$   c. $Kg.m^{-1}.s^2$   d. $m.Kg^{-1}$
e. Aucune réponse

Q69. المعادلة التفاضلية لحركة الجسم أثناء السقوط

a. $\frac{dv}{dt} + \frac{\alpha}{m}v^2 = g$   b. $\frac{dv}{dt} - \frac{\alpha}{m}v^2 = g$   c. $\frac{dv}{dt} + \frac{\alpha}{m}v^2 = -g$
d. $\frac{dv}{dt} - \frac{\alpha}{m}v^2 = -g$   e. Aucune réponse

Q70. السرعة الحدية $v_{lim}$ للجسم $(S)$ بدلالة $m,g$ و $\alpha$.

a. $\sqrt{\frac{mg}{\alpha}}$   b. $-\sqrt{\frac{mg}{\alpha}}$   c. $\frac{mg}{\alpha}$   d. $\frac{\alpha}{mg}$   e. Aucune réponse

Concours Commun d'accès en 1ère année de l'ENSAM Meknès-Casablanca

Epreuve de Physique

Session du 22 juillet 2019

Durée : 2h15mn

**Remarques importantes :**

- L'épreuve est composée d'une seule page. Elle est rédigée en français et elle est traduite en arabe (voir verso de la feuille).
- Les réponses doivent être mentionnées sur la fiche de réponse donnée au candidat.
- Le candidat doit se concentrer sur le sujet d'examen sans poser aucune question concernant son contenu.

## Mécanique

Dans toute cette partie mécanique on suppose que l'intensité de pesanteur est constante et de module égal à : $g=10m/s^2$.
Les parties A , B et C sont indépendantes.

### Partie A (Rédaction : On écrit seulement le résultat final sur la fiche de réponse)

Un camion de masse m=15000Kg part, à t=0, sans vitesse initiale sur une route rectiligne et horizontale et à l'instant 40s, la vitesse devient 72km/h. On néglige les frottements et on suppose que le moteur du véhicule exerce une force $\vec{F}$ constante et parallèle à la trajectoire.
Déteminer :

1- La valeur numérique $\gamma$ de la norme de l'accélération du centre d'inertie du camion.

2- La valeur numérique de l'intensité $F$ de la force $\vec{F}$.

3- La valeur numérique du travail $W$ de la force $\vec{F}$ durant l'intervalle de temps [0, 40s].

4- Pour tout instant t, la puissance instantanée P(t) de la force $\vec{F}$ en fonction de F, m et t.

Le camion aborde sans vitesse initiale, en montée et selon la ligne de plus grande pente, une route rectiligne inclinée d'un angle $\alpha=20°$ par rapport à l'horizontal. On suppose également que le moteur du véhicule exerce une force $\vec{F}$ constante parallèle à la trajectoire et que les frottements sont négligeables. Sachant que le camion parcourt la distance d=500 m pendant une durée $\Delta t$=40 s. Déteminer :

5- La valeur de la norme $\gamma$ de l'accélération du centre d'inertie du camion.

6- La valeur de l'intensité F de la force $\vec{F}$.

7- En réalité, avec la valeur précédente de F, et à cause des frottements le camion parcourt la distance d=500m pendant une durée $\Delta t' > \Delta t$. On suppose que les frottements sont équivalents à une force $\vec{f}$ constante qui s'oppose au mouvement. Déterminer la norme f de $\vec{f}$ en fonction de m, d, $\Delta t$ et $\Delta t'$.

### Partie B (QCM : Marquez la bonne réponse sur la fiche de réponse)

Un projectile (A ), assimilé à un point matériel de masse m, est lancé à t=0 d'un point O, origine d'un repère orthonormée direct (Oxyz), avec une vitesse $\vec{V}_0$ contenue dans le plan vertical (Oxz) et faisant l'angle $\alpha=30°$ avec l'axe horizontal (Ox) (figure 1).

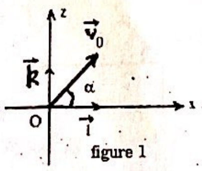


figure 1

On donne $V_0$=100 m/s.

1-Le couple ($X_S$, $Z_S$) des coordonnées du sommet S de la trajectoire du projectile est :

2- Le module $V_S$ de la vitesse au sommet S est :

3- La durée du mouvement depuis O à S est :

A l'origine du temps précédente (t=0), on lâche une cible (B) sans vitesse initiale au point de coordonnées ($X_S$, 0, h) avec h> $Z_S$ .

4- La valeur numérique de h pour que le projectile (A) atteint la cible (B) au sommet S est :

### Partie C (QCM : Cochez la bonne réponse sur la fiche de réponse)

Pour les poulies considérées dans cette partie, le moment d'inertie par rapport à l'axe ($\Delta$) d'une poulie de rayon R de masse M est donné par: $J_\Delta = MR^2$. Les fils qui s'enroulent sur les gorges des poulies sont inextensibles et de masses négligeables.

On considère le système de la figure 2: les deux poulies ($P_1$) et ($P_2$) sont identiques chacune de masse M=2Kg, de rayon R=24cm et d'axes ($\Delta$) et ($\Delta'$) fixes, horizontaux, parallèles et situés à la même hauteur par rapport au sol. Les corps ($C_1$) et ($C_2$) sont de masses respectivement 2m et m avec m= 0.5Kg. Les poulies tournent sans frottements.

A l'instant t=0, on libère le système sans vitesse initiale. On admet que l'énergie mécanique totale du système est :

$$E_m = (M + \frac{3}{2}m)\dot{z}^2 - mgz$$

Avec z est l'abscisse du centre d'inertie du corps ($C_1$) sur l'axe (Oz). Le centre d'inertie de ($C_1$) est :

1- La valeur de la norme $\gamma$ de l'accélération du centre d'inertie de ($C_1$) est :

2- La valeur de la tension T du fil (voir figure) est :

3- L'instant $t_1$ où la poulie ($P_1$) effectue trois tours est :

4- la vitesse angulaire $\omega_1$ de ($P_1$) à cet instant est :

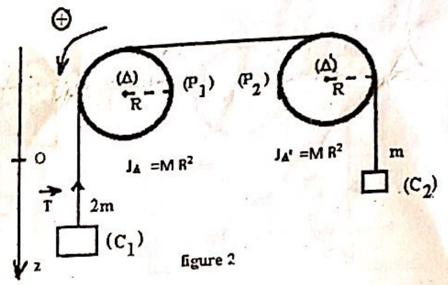


figure 2

On considère maintenant un autre système représenté sur la figure 3 : Les deux poulies sont solidaires de rayons et masses respectivemnt $R_1$ ,$M_1$ et $R_2$, $M_2$ avec ($R_1 < R_2$). Elles peuvent tourner sans frottements autour de leur axe commun ($\Delta$), horizontal fixe et passant par leurs centres. Le corps (B) peut se déplacer sans frottement, selon la ligne de plus grande pente, sur le plan incliné d'un angle $\alpha=30°$ par rapport à l'horizontal et rataché à un ressort (R) de masse négligeable, de longueur à vide $L_0$ et de constante de raideur k dont l'autre extremité est fixe. On choisit les origines des axes (O'x) et (Oz) de telle sorte qu'à l'équilibre les abscisses des centres d'inerites des corps (A) et (B) soient nulles. Les corps (A) et (B) sont de masses respectivement $m_1$ et $m_2$. On note $\Delta l_e$ l'allongement du ressort à l'équilibre. Pour simplifier on prend : $M_1=m_1=2m$, $m_2=m$, $M_2=3m$, $R_1=R$ et $R_2=2R$ où m est une masse arbitraire.

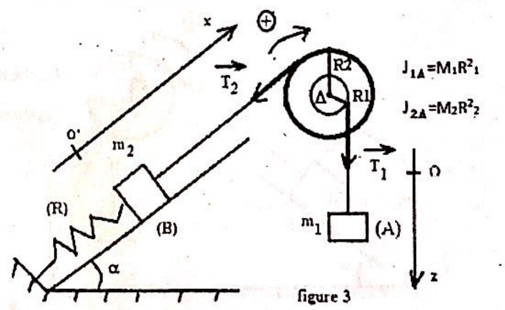


figure 3

5-A l'équilibre la relation entre les modules $T_1$ et $T_2$ des tensions des fils est :

6- A l'équilibre du système la relation entre k, m, g et $\Delta l_e$ est :

On écarte le système par rapport à son état d'équilibre et on le laisse évoluer tout seul selon un mouvement oscillatoire. On note z, x les abscisses des centres d'inertie respectivement de (A) et (B), et θ l'angle avec lequel les poulies tournent par rapport à l'état d'équilibre.

7-la relation entre x, z et θ est :

8- L'énergie cinétique totale du système est :

On admet que l'énergie potentielle de pesanteur totale pour (A) et (B) en tenant compte des données précédentes est: $E_{pp}$=-mgz.

La référence de l'énergie potentielle élastique $E_{pe}$ est choisie quand le système est à l'état d'équilibre.

9- L'énergie potentielle totale $E_p$ est :

10- L'équation différentielle vérifiée par z est :

## Electricité (QCM : Marquez la bonne réponse sur la fiche de réponse)

On réalise un circuit électrique comportant une bobine d'inductance $L$ et de résistance interne $r$, deux dipôles ohmiques de même résistance R montés en parallèle, deux condensateurs identiques de capacité C montés en parallèle non chargés initialement, un dipôle ohmique de résistance R et des interrupteurs de courant $K_1$, $K_2$ et $K_3$ (figure 1). L'ensemble est alimenté par un générateur de tension de force électromotrice (f.é.m) $E$.

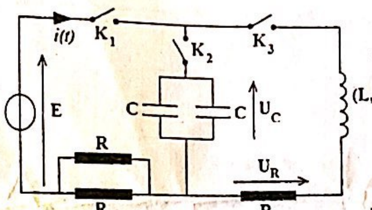



Figure 1

On donne : $E = 5\ V$, $R = 20\ \Omega$.

**• Détermination des caractéristiques de la bobine (L, r)**

A l'instant $t = 0$, on ferme les interrupteurs $K_1$ et $K_3$ ($K_2$ est toujours ouvert).

1. L'équation différentielle vérifiée par l'intensité instantanée du courant $i(t)$ traversant le circuit s'écrit comme suit :
2. La constante du temps $\tau$ du circuit est égale à :
3. On note $I_0$ l'intensité du courant $i(t)$ en régime permanent. La solution de l'équation différentielle précédente s'écrit :
4. L'expression $I_0$ de s'écrit :
5. On a tracé les variations de la grandeur $\frac{di(t)}{dt}$ en fonction de $i(t)$ et on a obtenu la courbe de la figure 2.

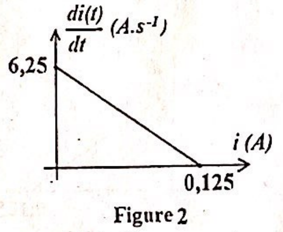



Figure 2

a. L'inductance L de la bobine a pour valeur :
b. La résistance r de la bobine vaut :
c. L'énergie emmagasinée dans la bobine en régime permanent est égale à :

**• Détermination de la capacité C des condensateurs**

A l'instant $t = 0$, on ferme les interrupteurs $K_1$ et $K_2$ et on ouvre $K_3$.

6. L'équation différentielle vérifiée par la tension $U_C(t)$ aux bornes des condensateurs est donnée par l'expression suivante :
7. La solution de l'équation différentielle précédente s'écrit :
8. Sachant que le pourcentage de la tension $U_C(t)$, à l'instant $t = 6,91\ ms$, par rapport à sa valeur maximale $U_{Cmax}$ est : $\frac{U_C}{U_{Cmax}} = 99\%$, la capacité C des condensateurs a pour valeur :

**• Oscillations libres dans un circuit en série (RLC)**

Lorsque le régime permanent dans le circuit précédent est établi, on ferme $K_2$ et $K_3$ et on ouvre $K_1$ à un instant considéré comme une nouvelle origine du temps.

Nous pouvons exprimer l'équation différentielle vérifiée par $U_R$ comme suit :

$$\frac{d^2U_R}{dt^2} + 2\lambda\frac{dU_R}{dt} + \frac{4\pi^2}{T_0^2}U_R = 0$$

où $\lambda$ et $T_0$ sont des constantes dont les expressions peuvent être déterminées en fonction des paramètres du circuit.

9. L'expression de $\lambda$ s'écrit :
10. $T_0$ s'exprime comme suit :
11. Nous supposons la pseudo-période $T$ du circuit ($RLC$) est égale approximativement à la période propre $T_0$ de l'oscillateur non amorti $T \approx T_0$. On donne : $T = 68,8\ ms$.
On déduit que la capacité C des condensateurs a pour valeur :

## Décroissance radioactive (QCM : Marquez la bonne réponse sur la fiche de réponse)

**Remarque importante : les questions suivantes sont indépendantes**

1. On considère un échantillon radioactif formée de $N_0$ nucléides radioactifs à l'instant $t = 0$. Ces derniers se désintègrent en fonction du temps. On note donc $N(t)$ le nombre de nucléides présents à l'instant $t$. On note $t_{1/2}$ la demi-vie de l'échantillon radioactif.
$N(t)$ s'exprime en fonction de $N_0$, $t_{1/2}$ et $t$ comme suit :

2. L'Uranium ${}^{238}_{92}U$, après x désintégrations α et y désintégrations $\beta^-$ conduit à un noyau stable, le Plomb ${}^{206}_{82}Pb$ selon l'équation suivante :
$${}^{238}_{92}U \rightarrow {}^{206}_{82}Pb + x\,{}^{4}_{2}He + y\,{}^{0}_{-1}e^-$$
La valeur des coefficients (x,y) est :

3. Un radioélément de demi-vie $t_{1/2} = 15\ s$ a une activité initiale $A_0 = 3.10^8\ Bq$ (à l'instant $t = 0$).
a. L'activité de cet élément à l'instant $t = 45\ s$ est :
b. Le nombre des nucléons présents à l'instant $t = 45\ s$ vaut :

4. L'activité du carbone ${}^{14}_{6}C$ dans des bois carbonisés lors d'une éruption volcanique est $A = 4,8$ désintégrations par gramme et par minute (d.p.m) ; dans un bois vivant cette activité est $A_0 = 13,5$ d.p.m.
La demi-vie du carbone 14 vaut $t_{1/2} = 5600\ ans$.
La date de l'éruption volcanique est estimée à :

5. La demi-vie de l'iode ${}^{131}_{53}I$ de masse molaire 131 g/mol, utilisé en médecine est $t_{1/2} = 8,1\ jours$.
On donne : la constante d'Avogadro $N_A = 6,02.10^{23} mol^{-1}$.
L'activité radioactive A de $1,0\ g$ d'iode 131 vaut :

6. L'Astate 210 est un élément radioactif $\beta^+$ rare, présent avec des quantités infinitésimales dans l'Uranium pur, et sa demi-vie a pour valeur $t_{1/2} = 8\ h$. On dispose d'un échantillon d'astate de masse m= 105 g.
La masse restante au bout d'une demi-journée (12h) est :

**Concours Commun d'accès en 1ère année préparatoire de l'ENSAM**

**Session du 22 juillet 2019**

| Epreuve de : **Mathématiques** | Durée : **2h15mn** |
|---|---|
| **Importants :** 1. Aucune question n'est permise pendant l'épreuve. 2. Les calculatrices sont strictement interdites. | |

**Partie I : Questions à réponses précises**

Pour chaque question qui suit, écrire la réponse dans la partie correspondante de la feuille des réponses

*(Chaque réponse est notée sur 2pts)*

| | الأسئلة |
|---|---|
| **Question 1** | ليكن $\alpha \in ]0,1[$. لكل $n \in \mathbb{N}$، نضع $S_n = 1 + (1-\alpha) + (1-\alpha)^2 + \cdots + (1-\alpha)^n$. احسب النهاية $\lim\limits_{n \to +\infty} S_n$ . |
| **Question 2** | ليكن $n$ عدد الكلمات من 9 أحرف (بمعنى أو بدون معنى) التي يمكن كتابتها بحروف كلمة UMI MEKNES. علما أن كل كلمة يجب أن تكتب بجميع أحرف كلمة UMI MEKNES، احسب $n$. |
| **Question 3** | في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم، نعتبر ثلاث نقط مختلفة $A$ و $B$ و $C$ ذات الألحاق $a$ و $b$ و $c$ . علما أن $(c-a) + i(b-a) = 0$، حدد المركز $\Omega$ و الزاوية $\theta$ لدوران يحول إحدى النقط $A$ أو $B$ أو $C$ إلى إحدى النقط $A$ أو $B$ أو $C$ . |
| **Question 4** | باستعمال مكاملة بالأجزاء، احسب التكامل $I = \int_0^1 \ln\left(x + \sqrt{2 + x^2}\right) dx$. |
| **Question 5** | ليكن $(O, \vec{i}, \vec{j})$ معلم متعامد ممنظم في المستوى بحيث $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1cm$ . أحسب مساحة الحيز المحصور بين الشلجم ذو المعادلة $y = x^2$ و الهدلول ذو المعادلة $y = x^2$ و المستقيمان ذوا المعادلتين $x = \frac{1}{2}$ و $x = 1$. |
| **Question 6** | حدد حلا خاصا $y_0$ للمعادلة التفاضلية $(E) : y' + 3y^2 = 0$ المعرف على $]1, +\infty[$ بحيث $y_0$ لا ينعدم على $]1, +\infty[$ و المنحنى الممثل له يقطع المنصف الأول للمعلم في النقطة ذات الأفصول 1. |
| **Question 7** | في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم أصله $O$، نعتبر الفلكة $S$ ذات المعادلة $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y = 0$ و النقطة $A$ ذات الإحداثيات $(2, 1, 0)$. حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم $(D)$ المماس ل $S$ في النقطة $O$ و العمودي على المستقيم $(OA)$. |
| **Question 8** | نرمي ثلاث مرات متتالية على هدف ثابت. احتمال إصابة الهدف في الرمية الأولى هو 0,4 و احتمال إصابته في الرمية الثانية هو 0,5 و احتمال إصابته في الرمية الثالثة هو 0,7. ما هو الاحتمال P لإصابة الهدف مرة واحدة على الأقل. |
| **Question 9** | حسب النهاية $\lim_{x \to 1} f(x)$، حيث $f(x) = \frac{1 - e^{x-1}}{x \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)}$. |
| **Question 10** | ليكن $ABC$ مثلث متساوي الساقين و قائم الزاوية في $A$ مع $AB = 2\sqrt{2}\, m$. حدد القيمة القصوية $S_m$ لمساحة مستطيل $AIJK$ محاط بالمثلث $ABC$. |

**Partie II : Questions à choix multiples**

Pour chaque question qui suit, cocher la bonne réponse dans la partie correspondante de la feuille des réponses

*(Bonne réponse = **2pts**, fausse réponse, plus d'une réponse ou pas de réponse = **0pts**)*

| | |
|---|---|
| Question 6 | ... في المستوى بحيث $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1cm$. أحسب مساحة الحيز المحصور بين الشلجم ذو المعادلة $y = x^2$ و ... المعادلة $y = x^2$ و المستقيمان ذوا المعادلتين $x = \frac{1}{2}$ و $x = 1$. |
| Question 7 | حدد حلا خاصا $y_0$ للمعادلة التفاضلية $0 = (E) : y' + 3y^2$ المعرف على $]1, +\infty[$ بحيث $y_0$ لا ينعدم على $]1, +\infty[$ و المنحنى الممثل له يقطع المنصف الأول للمعلم في النقطة ذات الأفصول 1. |
| Question 8 | في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم أصله $O$، نعتبر الفلكة $S$ ذات المعادلة $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y = 0$ و النقطة $A$ ذات الإحداثيات $(2, 1, 0)$. حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم $(D)$ المماس ل $S$ في النقطة $O$ و العمودي على المستقيم $(OA)$. |
| Question 9 | نرمي ثلاث مرات متتالية على هدف ثابت. احتمال إصابة الهدف في الرمية الأولى هو 0,4 و احتمال إصابته في الرمية الثانية هو 0,5 و احتمال إصابته في الرمية الثالثة هو 0,7. ما هو الاحتمال $P$ لإصابة الهدف مرة واحدة على الأقل. |
| | احسب النهاية $\lim_{x \to 1} f(x)$، حيث $f(x) = \frac{1 - e^{x-1}}{x \cos(\frac{\pi}{2}x)}$. |
| Question 10 | ليكن $ABC$ مثلث متساوي الساقين و قائم الزاوية في $A$ مع $AB = 2\sqrt{2}\, m$. حدد القيمة القصوية $S_m$ لمساحة مستطيل $AIJK$ محاط بالمثلث $ABC$. |

## Partie II : Questions à choix multiples

Pour chaque question qui suit, cocher la bonne réponse dans la partie correspondante de la feuille des réponses

*(Bonne réponse = **2pts**, fausse réponse, plus d'une réponse ou pas de réponse = **0pts**)*

| | الأسئلة |
|---|---|
| Question 11 | لكل $n \geq 1$، نضع $I_n = \int_0^1 x\ln(1 + x^n)\,dx$. علما أن $0 \leq \ln(1 + x) \leq x, \forall x \geq 0$، اختر الإجابة الصحيحة. |
| Question 12 | في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ مع $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = \|\vec{k}\| = 1\,cm$، نعتبر النقط $A(1, 1, -1)$ و $B(1, 0, -1)$ و $C(0, 0, 1)$. ما هو الارتفاع $h$ للمثلث $ABC$ المار من $A$؟ |
| Question 13 | لكل $z \in \mathbb{C}$، نرمز ب $M(z)$ نقطة المستوى العقدي ذات اللحق $z$. المجموعة $A = \{M(z) : \|z\| = z + \bar{z}\}$ هي : |
| Question 14 | نعتبر المعادلة $(E) : \sin(x) + x = 1, \; x \in ]0, \frac{\pi}{6}[$. اختر الإجابة الصحيحة. |
| Question 15 | لتكن $f(x) = \ln(1 + e^x) - \frac{1}{1+e^x}$. المنحنى $\mathcal{C}_f$ الممثل للدالة $f$ يقبل عند $+\infty$ : |
| Question 16 | لتكن $g$ الدالة المعرفة على $[0, +\infty[$ ب $g(x) = \frac{1}{1+x} + \ln(1 + x)$، و ليكن $\mathcal{C}_g$ المنحنى الممثل للدالة $g$. اختر الإجابة الصحيحة. |
| Question 17 | ليكن $\begin{cases} a_0 = 1 \\ a_{n+1} = \frac{2a_n + 3}{a_n + 2}, \; \forall n \geq 0 \end{cases}$. علما أن المتتالية $(a_n)_n$ متتالية تزايدية و مكبورة، اختر الإجابة الصحيحة. |
| Question 18 | ليكن $n$ عددا صحيحا طبيعيا بحيث $n \geq 2$، و ليكن $S_n = C_n^1 + 2C_n^2 + \cdots + nC_n^n$. بحساب الدالة المشتقة للدالة $f : x \mapsto (x + 1)^n$ بطريقتين مختلفتين، اختر الإجابة الصحيحة. |
| Question 19 | عدد سكان الكرة الأرضية يتزايد بنسبة مائوية ثابتة تقدر ب 2,5%. ليكن $N$ عدد السنوات التي يجب أن تمر بحيث ابتداء من هذا العدد يتم مضاعفة عدد سكان الكرة الأرضية. العدد $N$ يحقق : |
| Question 20 | في الفضاء، نعتبر المستويين $(P) : x - y - z = 0$ و $(Q) : 2x + y - z = 0$. المستويين $(P)$ و $(Q)$ : |
| Question 21 | لتكن $f(x) = x^x$، و ليكن $\mathcal{C}_f$ المنحنى الممثل للدالة $f$. اختر الإجابة الصحيحة. |
| Question 22 | المتراجحة $\cos(x) + \sin(y) \geq 2$ تقبل في $\mathbb{R}^2$ : |
| Question 23 | المعادلة $3x^2 + xy - 11 = 0$ تقبل في $\mathbb{Z}^2$ : |
| Question 24 | ليكن $N$ عددا صحيحا طبيعيا مكونا من أربعة أرقام بحيث رقم وحداته يساوي رقم عشراته و رقم مئاته يساوي رقم الافه. علما أن $N$ مربع كامل، اختر الإجابة الصحيحة. |
| Question 25 | الباقي $r$ للقسمة الأقليدية ل $1^{2019} + 2^{2019} + \cdots + 6^{2019}$ على 7 هو : |

| | | |
|---|---|---|
| U2 ENSAM<br>ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE D'ARTS ET MÉTIERS<br>UNIVERSITÉ HASSAN II DE CASABLANCA | CONCOURS D'ENTREE EN 1ERE ANNEE DES ANNEES PREPARATOIRES DE L'ENSAM<br>NOM :<br>PRENOM :<br>CNE (ou) CODE MASSAR : | **Epreuve de Mathématique**<br>**20 Juillet 2018**<br>**Durée : 2h00** |

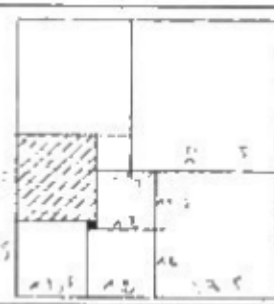
**DIRECTIVES :**

- L'épreuve de mathématique = **questions à réponses précises (1/2 et 2/2)**
- Répondre sur la feuille « **fiche des réponses** » **(2/2)**
- **La calculatrice est strictement interdite**



**BAREME :** *Une réponse juste :* **2pts**, *une réponse fausse ou pas de réponse :* **0pts**

| | | | |
|---|---|---|---|
| Q1 | Calculer la limite : $$Q1=\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{n}{n^3+1}+\frac{2n}{n^3+2}+\frac{3n}{n^3+3}+\cdots+\frac{n\cdot n}{n^3+n}\right)$$ | أحسب النهاية: $$Q1=\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{n}{n^3+1}+\frac{2n}{n^3+2}+\frac{3n}{n^3+3}+\cdots+\frac{n\cdot n}{n^3+n}\right)$$ | س1 |
| Q2 | Soit $n\in\mathbb{N}$. On pose $u_n=\frac{1}{(2n+1)(2n-1)}$ et $S_n=u_0+u_1+\cdots+u_n$. Calculer $Q_2=\lim\limits_{n\to\infty}S_n$ | ليكن $n$ من $\mathbb{N}$. نضع $u_n=\frac{1}{(2n+1)(2n-1)}$ و $S_n=u_0+u_1+\cdots+u_n$. أحسب $Q_2=\lim\limits_{n\to\infty}S_n$ | س2 |
| Q3 | Soit $g$ définie par $g(x)=\ln\left(\frac{2\sqrt{2}\,x}{1+x^2}\right)$. Est-ce que la courbe de la fonction $g$ admet un point d'inflexion ? si oui, déterminer son abscisse. | نعتبر الدالة $g$ المعرفة بما يلي: $g(x)=\ln\left(\frac{2\sqrt{2}\,x}{1+x^2}\right)$ . هل منحنى الدالة $g$ يقبل نقطة انعطاف؟ إذا كان الجواب نعم، يجب تحديد أفصولها. | س3 |
| Q4 | Soit $f$ la fonction définie par $f(x)=\ln\frac{e^x-3}{e^{2x}+7}$ et de courbe $(C_f)$. Déterminer la nature de la branche infinie de $(C_f)$ au voisinage de $+\infty$? | نعتبر الدالة $f$ المعرفة بما يلي: $f(x)=\ln\frac{e^x-3}{e^{2x}+7}$ وليكن $(C_f)$ منحنى $f$ ، حدد طبيعة الفرع اللانهائي ل $(C_f)$ بجوار $+\infty$. | س4 |
| Q5 | Soit $h$ la fonction définie par $h(x)=\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$. Calculer $h^{-1}(0)$. | نعتبر الدالة $h$ المعرفة بما يلي: $h(x)=\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$. أحسب $h^{-1}(0)$ . | س5 |
| Q6 | Calculer la limite : $$Q_6=\lim_{x\to0}\frac{\sqrt[3]{x+8}-2}{x}$$ | أحسب النهاية: $$Q_6=\lim_{x\to0}\frac{\sqrt[3]{x+8}-2}{x}$$ | س6 |
| Q7 | Soient $\alpha\in\mathbb{R}$ et $a$ une solution de l'équation $z^2-2\cos(\alpha)\ z=-1$. Pour tout $n\in\mathbb{N}$, calculer $$Q_7=a^n+\frac{1}{a^n}$$ | ليكن $\alpha$ عددا حقيقيا و $a$ حلا للمعادلة $z^2-2\cos(\alpha)\ z=-1$. لكل $n$ من $\mathbb{N}$ ، أحسب $$Q_7=a^n+\frac{1}{a^n}$$ | س7 |
| Q8 | Soient $a=i\sqrt{3}$ et $b=\sqrt{3}\left(\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ et soit $\lambda=r(\cos\theta+i\sin\theta)$ avec $\theta\in]0,\pi[$ et $r>0$. Déterminer $r$ et $\theta$ pour que les 3 nombres complexes $a,\lambda$ et $b$ soient, dans cet ordre, les 3 termes consécutifs d'une suite géométrique. | نضع $a=i\sqrt{3}$ و $b=\sqrt{3}\left(\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ و $\lambda=r(\cos\theta+i\sin\theta)$ بحيث $\theta\in]0,\pi[$ و $r>0$ . حدد $r$ و $\theta$ لكي تكون الأعداد العقدية $a$ و $\lambda$ و $b$ ،في هذا الترتيب، 3 حدود متوالية لمتتالية هندسية. | س8 |
| Q9 | Calculer la limite : $$Q_9=\lim_{x\to+\infty}\left(\tan\frac{\pi x}{2x+1}\right)^{\frac{1}{x}}$$ | أحسب النهاية: $$Q_9=\lim_{x\to+\infty}\left(\tan\frac{\pi x}{2x+1}\right)^{\frac{1}{x}}$$ | س9 |
| Q10 | En utilisant l'intégration par parties, calculer l'intégrale suivante : $$Q_{10}=\int_0^{\frac{\pi}{2}}x\cos^4x\sin x\,dx$$ | باستعمال المكاملة بالأجزاء، أحسب التكامل التالي: $$Q_{10}=\int_0^{\frac{\pi}{2}}x\cos^4x\sin x\,dx$$ | س10 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| Q9 | $Q_9=\lim_{x\to+\infty}\left(\tan\frac{\pi x}{2x+1}\right)^{\frac{1}{x}}$ | $Q_9=\lim_{x\to+\infty}\left(\tan\frac{\pi x}{2x+1}\right)^{\frac{1}{x}}$ | س9 |
| Q10 | En utilisant l'intégration par parties, calculer l'intégrale suivante : $Q_{10}=\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\cos^4 x\sin x\,dx$ | باستعمال المكاملة بالأجزاء، أحسب التكامل التالي: $Q_{10}=\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\cos^4 x\sin x\,dx$ | س10 |
| Q11 | Pour $n\in\mathbb{N}$, on pose $I_n=\int_0^1 t^n\tan t\,dt$. Calculer $Q_{11}=\lim_{n\to\infty} nI_n-1$. | لكل $n\in\mathbb{N}$، نضع: $I_n=\int_0^1 t^n\tan t\,dt$. أحسب النهاية $Q_{11}=\lim_{n\to\infty} nI_n-1$ | س11 |
| Q12 | On considère l'équation différentielle suivante : $y''-4y'+20y=0$ avec $y(0)=2$ et $\int_0^{\pi} y(t)dt=0$ Calculer $y\left(\frac{\pi}{2}\right)$. (On donne $\int_0^{\pi} e^{at}\sin bt\,dt=-\frac{be^{a\pi}\cos(b\pi)-ae^{a\pi}\sin(b\pi)-b}{a^2+b^2}$) | نعتبر المعادلة التفاضلية التالية: $y''-4y'+20y=0$ بحيث $y(0)=2$ و $\int_0^{\pi} y(t)dt=0$ أحسب $y\left(\frac{\pi}{2}\right)$. (نعطي $\int_0^{\pi} e^{at}\sin bt\,dt=-\frac{be^{a\pi}\cos(b\pi)-ae^{a\pi}\sin(b\pi)-b}{a^2+b^2}$) | س12 |
| Q13 | Soit $S$ l'ensemble des solutions de l'équation : $\sin(9x)+\sin(5x)+2\sin^2 x=1$ Déterminer $card(S\cap]-\pi,0[)$. | نعتبر المعادلة التالية: $\sin(9x)+\sin(5x)+2\sin^2 x=1$ حدد **عدد حلول** هذه المعادلة في المجال $]-\pi,0[$. | س13 |
| Q14 | Résoudre, dans $\left]0,\frac{\pi}{2}\right[$, l'inéquation suivante : $2(\sin x)(\tan x)-3>0$ | حل في $\left]0,\frac{\pi}{2}\right[$ المتراجحة التالية: $2(\sin x)(\tan x)-3>0$ | س14 |
| Q15 | Une boite $A$ contient 3 jetons numérotés 1, 2, 4. Une boite $B$ contient 6 jetons numérotés 0, 3, 3, 5, 5, 5. On tire au hasard un jeton de $A$, on lit le nombre $a$ porté sur le jeton, puis on remet ce jeton tiré dans $A$. On effectue la même opération pour $B$, soit $b$ le numéro du jeton tiré de $B$. A ce couple $(a,b)$ on associe le point $M(a,b)$. Quelle est la probabilité pour que $M(a,b)$ soit situé sur l'ellipse d'équation $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{12}=1$. | تحتوي علبة $A$ على 3 بيدقات مرقمة 1، 2، 4 وتحتوي علبة $B$ على 6 بيدقات مرقمة 0، 3، 3، 5، 5، 5. نسحب عشوائيا و بإحلال بيدقة من العلبة $A$، ليكن $a$ رقم البيدقة المسحوبة. نعيد نفس العملية للعلبة $B$ وليكن $b$ رقم البيدقة المسحوبة من $B$. كل زوج $(a,b)$ نربطه بنقطة هندسية $M(a,b)$. ما احتمال أن تكون النقطة $M(a,b)$ على الإهليلج ذو المعادلة $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{12}=1$ | س15 |
| Q16 | Soit $n$ un nombre entier naturel impair supérieur ou égal à 3. Une boite contient $n$ boules blanches numérotées de 1 à $n$ et elle contient $n+1$ boules noires numérotées de 1 à $n+1$. On tire au hasard et simultanément deux boules de la boite. Soit $p$ la probabilité de l'évènement : « obtenir deux boules dont la somme des numéros est $n$ ». Quelle est la valeur de $n$ pour laquelle $p$ est maximale. | ليكن $n$ عددا صحيحا طبيعيا فرديا أكبر من أو يساوي 3. تحتوي علبة على $n$ كرة بيضاء مرقمة من 1 إلى $n$ وعلى $n+1$ كرة سوداء مرقمة من 1 إلى $n+1$. نسحب عشوائيا وآنيا كرتين من العلبة. ليكن $p$ احتمال الحدث: "الحصول على كرتين مجموع رقميهما هو $n$". ماهي قيمة $n$ التي من أجلها $p$ له قيمة قصوية. | س16 |
| Q17 | Soient $a$ et $b$ des entiers. Déterminer tous les couples $(a,b)$ tels que : $7^a-3\times 2^b=1$ | ليكن $a$ و $b$ عنصرين من $\mathbb{N}$. حدد جميع الأزواج $(a,b)$ التي تحقق: $7^a-3\times 2^b=1$ | س17 |
| Q18 | On considère, dans l'espace, les points $A(1,0,1)$, $B(0,1,0)$, $C(0,1,1)$ et $D(1,1,0)$ et la droite $(\Delta)$ qui passe par $D$ et dont le vecteur directeur est $\vec{u}(1,1,-1)$. Déterminer l'intersection du plan $(ABC)$ avec la droite $(\Delta)$. | نعتبر في الفضاء النقط: $A(1,0,1)$ و $B(0,1,0)$ و $C(0,1,1)$ و $D(1,1,0)$ و المستقيم $(\Delta)$ المار من $D$ و الموجه بالمتجهة $\vec{u}(1,1,-1)$. حدد تقاطع المستوى $(ABC)$ و المستقيم $(\Delta)$. | س18 |
| Q19 | On considère, dans l'espace, les points $A(2,-3,-3)$, $B(3,-2,2)$, $C(1,1,0)$ et $D(-1,0,-1)$. Calculer le volume de $DABC$. | نعتبر في الفضاء النقط: $A(2,-3,-3)$ و $B(3,-2,2)$ و $C(1,1,0)$ و $D(-1,0,-1)$. احسب حجم رباعي الأوجه $DABC$. | س19 |
| Q20 | Le rectangle représenté est formé de 9 carrés. Le petit carré noir a 1,5 $cm$ de côté et le carré hachuré a 15 $cm$ de côté. Quelles sont les deux dimensions $L$ (longueur) et $l$ (largeur) du rectangle ?  |  يتكون المستطيل الممثل جانبه من 9 مربعات. ليكن $L$ طول هذا المستطيل وليكن $l$ عرضه. طول ضلع المربع الأسود الصغير هو 1,5 $cm$ وطول ضلع المربع المحشن هو 15 $cm$. أحسب $L$ و $l$. | س20 |

Concours Commun d'accès en 1ère année préparatoire de l'ENSAM

**Session du 25 juillet 2017**

| | | |
|---|---|---|
| Nom : ........................................................ | Signature du candidat | Compostage<br>Ne rien écrire dans ce cadre |
| Prénom : ........................................................ | | |
| CNE Ou Code Massar : ........................................ | | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| Note: | **Epreuve : Mathématiques** | **Durée : 2h** | Compostage<br>Ne rien écrire dans ce cadre |
| | **Importants :**<br>1. Choisir de répondre ou bien en français dans la page 1 ou en arabe dans la page 2.<br>2. Aucune question n'est permise pendant l'épreuve.<br>3. Les calculatrices sont strictement interdites. | | |

***Chaque réponse est notée sur 2pts***

| | Questions | Réponses |
|---|---|---|
| Q1 | Soit $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = 3u_n - 1, \ \forall n \geq 0 \end{cases}$. Sachant que la suite de terme général $v_n = u_n - \frac{1}{2}$ est géométrique, calculer $u_n$ en fonction de $n$. | $u_n = \frac{1}{2}3^n + \frac{1}{2}$ |
| Q2 | Calculer la limite de la suite de terme général $u_n = \frac{1}{1\times2} + \frac{1}{2\times3} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)}$ sachant que $\frac{1}{k(k+1)} = \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}, \forall k \in \mathbb{N}^*$. | $\lim_n u_n = 1$ |
| Q3 | Sachant que $cos\left(\frac{\pi}{9}\right)$, $cos\left(\frac{7\pi}{9}\right)$ et $cos\left(\frac{13\pi}{9}\right)$ sont des racines du polynôme $P(x) = 8x^3 - 6x - 1$, donner la valeur de la somme $S = cos\left(\frac{\pi}{9}\right) + cos\left(\frac{7\pi}{9}\right) + cos\left(\frac{13\pi}{9}\right)$ et du produit $P = cos\left(\frac{\pi}{9}\right)cos\left(\frac{7\pi}{9}\right)cos\left(\frac{13\pi}{9}\right)$. | $S = 0$<br>$P = \frac{1}{8}$ |
| Q4 | Dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes, on considère l'équation $(E)$ : $(z-2)^n - (\bar{z}+2)^n = 0$ ; où $n$ est un entier naturel. Résoudre l'équation $(E)$ sachant que si $z$ est solution de $(E)$, alors $\arg(z) \equiv \frac{\pi}{2}[\pi]$. | $S = \mathbb{R}i$ si $n = 2k$ |
| Q5 | Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points $A$, $B$ et $C$ d'affixes respectivement $a$, $b$ et $2i$. Sachant que $a + b + 2i = 0$ et $\frac{b-2i}{a-2i} = e^{i\frac{\pi}{3}}$, donner la nature du triangle $ABC$, et déduire le centre $\Omega$ et le rayon $R$ du cercle circonscrit au triangle $ABC$. | ABC équilatéral<br>$\Omega = \binom{0}{0}$<br>$R = 2$ |
| Q6 | Calculer la limite $l = \lim_{t\to0^+} \frac{e^t - e^{-t}}{2\sqrt{t}\sin(\sqrt{t})}$. | $l = 1$ |
| Q7 | Soit $f$ une fonction définie sur $[0,1]$ telle que $f(0) \neq f(1)$. Donner une condition suffisante pour la quelle $f$ satisfait : $\forall\alpha \in ]0,1[; \exists x_\alpha \in ]0,1[ : f(x_\alpha) = \alpha f(0) + (1-\alpha)f(1)$. | f continue |
| Q8 | Soit $f(x) = \ln(xe^x + e^{\frac{1}{x}})$. Déterminer une équation cartésienne de la tangente $(\Delta)$ à la courbe représentative de $f$ au point d'abscisse 1. | $(\Delta) : y = \frac{1}{2}(x-1) + \ln(2e)$ |
| Q9 | Déterminer la branche infinie de la courbe représentative $C_f$ de la fonction $f : x \mapsto x + \frac{e^x+1}{e^x-1}$ au voisinage de $+\infty$. | $y = 1 + x$ |
| Q10 | En utilisant une intégration par parties, calculer l'intégrale $I = \int_1^{e^2} \frac{\ln(x)}{\sqrt{x}}dx$. | $I = 4$ |
| Q11 | Soient $f$ la fonction définie sur $[0, \frac{\pi}{2}]$ par $f(x) = \sqrt{\frac{\sin(x)}{1+\cos(x)}}$ et $C_f$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ telles que : $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1\ cm$. Calculer le volume $V$ du solide engendré par la rotation de $C_f$ autour de l'axe des abscisses. | $V = \pi\ln(2)$ |
| Q12 | Soit $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-n\sin(x)}dx, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Calculer $\lim_n I_n$ sachant que $sin(x) \geq \frac{2x}{\pi}, \forall x \in [0, \frac{\pi}{2}]$. | $\lim_n I_n =$ |
| Q13 | On considère dans l'espace les points $A(1,1,0)$, $B(1,0,1)$ et $C(0,1,1)$. Calculer la surface $S$ du triangle $ABC$. | $S =$ ~~1~~ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ |
| Q14 | Soit $A(-2,1,2)$ et $B(2,3,0)$ deux points de l'espace, et soit $S$ la sphère de diamètre $[AB]$. Calculer la distance $d$ du centre $\Omega$ de la sphère au plan $(P)$ d'équation cartésienne : $2x + y - z - 1 = 0$, et déduire l'intersection de $S$ et $(P)$. | $d = 0$<br>$S \cap (P) = \mathcal{C}(\Omega, \frac{AB}{2})$ |
| Q15 | On considère l'équation différentielle $(E) : y'' + 2y' + y = x + 1$. Sachant que la fonction $x \mapsto x - 1$ est une solution de $(E)$, déterminer la solution particulière $y_0$ de $(E)$ telle que sa courbe représentative admet l'axe des abscisses comme tangente à l'origine. | $y_0 = e^{-x} + x - 1$ |
| Q16 | On considère un cercle $C$ de rayon 2 m. Déterminer la valeur maximale $S_m$ de la surface d'un rectangle inscrit dans $C$. | $S_m =$ |
| Q17 | Une voiture perd 10% de sa valeur chaque année. Après combien d'années $N$ la voiture perdra le un-demi de sa valeur sachant que $\ln(0,5) \simeq -0,69$ et $\ln(0,9) \simeq -0,11$. | $N = 6$ ou $N = 7$ |
| Q18 | Le code d'accès à une chambre d'un hôtel est formé de 3 chiffres distincts non nuls classés en ordre croissant suivit de deux lettres distinctes choisies parmi les lettres A, B, C et D. Quel-est le nombre $N$ des codes possibles ? | $N =$ |
| Q19 | Une forêt contient 30% d'arbres de cèdre. 10% des arbres de cèdre dans cette forêt sont infectés par une maladie, ainsi que 20% des autres arbres. On choisi arbitrairement un arbre de cette forêt. Quelle-est la probabilité $P$ d'avoir un arbre sein? | $P = 0,83$ |
| Q20 | Trouver toutes les fonctions $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ continues en 0 telles que $f(3x) = f(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$. | |
| Q21 | Déterminer l'ensemble $E$ des points d'intersection de l'axe des abscisses et de la courbe représentative de la fonction $f : x \mapsto (\cos(x) + \sin(x))e^{-x}$. | $E = \{-\frac{\pi}{4} + k\pi / k \in \mathbb{Z}\}$ |
| Q22 | Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système suivant : $\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ \ln(x) + \ln(y) = \ln(2) \end{cases}$ | $S = \{(1,2),(2,1)\}$ |
| Q23 | Soit $p \geq 3$ un entier premier. Résoudre dans $\mathbb{N}^2$ l'équation : $x^2 - y^2 = p$. | $S = \{(\frac{p+1}{2} ; \frac{p-1}{2})\}$ |
| Q24 | Déterminer le chiffre des unités $u$ du nombre $2017^{2016}$. | $u = 1$ |
| Q25 | Déterminer le reste $r$ de la division euclidienne de $2222^{3333} + 3333^{2222}$ par 5. | $r = 1$ |

| Université Hassan II Casablanca | Concours d'entrée en 1ère année des années préparatoires de l'ENSAM Casablanca-Meknès<br>SERIES : SCIENCES MATHEMATIQUE A/B<br>**Epreuve de mathématique / 1 août 2016** | | | Université Moulay Ismail |
|---|---|---|---|---|
| | Nom : | Signature du candidat | Compostage<br>Ne rien écrire dans ce cadre | |
| ensam | Prénom : | | | |
| | CNE : | | | |

---

| Note : 50 | **Epreuve de mathématique** | **Durée : 2h00** | Compostage<br>Ne rien écrire dans ce cadre |
|---|---|---|---|
| | ***Important :*** *La fiche ne doit porter aucun signe indicatif ni signature* | | |

**QUESTIONS REPONSES PRECISES :** *(Une réponse juste :* **2pts**, *une réponse fausse ou pas de réponse :* **0pts)**

| | | | NOTES | | | | NOTES |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Q1 | On suppose que $a_n \neq 1$ pour tout $n$ et que $\lim\limits_{n\to+\infty} a_n = 1$. L'entier strictement positif $k$ étant donné, calculer $Q1 = \lim\limits_{n\to+\infty} \frac{a_n + {a_n}^2 + {a_n}^3 + \cdots + {a_n}^k - k}{a_n - 1}$ | $Q1 =$ | | Q2 | Soit $(u_n)_n$ une suite convergente telle que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $\frac{1}{2} < u_n < 1$. On considère la suite $(X_n)_n$ telle que : $X_0 = u_0$ et $\forall n \in \mathbb{N}$, $X_{n+1} = \frac{X_n + u_{n+1}}{1 + X_n u_{n+1}}$. Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} X_n$. | $\lim\limits_{n\to+\infty} X_n =$ | |
| Q3 | Soit $z \in \mathbb{C} - \{1\}$. On pose $x = \mathbf{Re}(z)$ et $y = \mathbf{Im}(z)$. Déterminer la relation entre $x$ et $y$ telle que : $z \notin \mathbb{R}$ et $\frac{z^2+z+1}{z-1} \in \mathbb{R}$ | | | Q4 | Soit $\alpha \in \mathbb{C}$. Déterminer, $\Gamma$, l'ensemble des points du plan complexe dont les affixes $z$ vérifient: $\lvert z - \alpha \rvert = \lvert 2z - \alpha \rvert$ | $\Gamma$ est .... | |
| Q5 | Déterminer le domaine de définition, $D$, de la fonction $f(x) = \tan(\pi \sin(\frac{\pi}{6}x))$. | | | Q6 | Soit $P$ un polynôme à coefficients strictement positifs. Calculer : $Q6 = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{E(P(x))}{P(E(x))}$ | $Q6 =$ | |
| Q7 | Calculer la dérivée d'ordre $n$ de la fonction $f(x) = \frac{\ln(x)}{x}$ | | | Q8 | Trouver l'ensemble, $Q8$, de toutes les fonctions $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dérivable telles que : $\forall (x,y) \in \mathbb{R}^2$, $f(x+y) = f(x)f(y)$ | | |
| Q9 | Soit $f$ une fonction dérivable en 0 telle que $f(0) = 0$. Pour $k \in \mathbb{N}^*$, trouver : $Q9 = \lim\limits_{x\to 0} \frac{1}{x}\left(f(x) + f\left(\frac{x}{2}\right) + f\left(\frac{x}{3}\right) + \cdots + f\left(\frac{x}{k}\right)\right)$. | $Q9 =$ | | Q10 | Soit $y: x \mapsto y(x)$ la solution de l'équation différentielles : $y' \tan x = y \ln y$, et $y(0) = \pi$. Calculer $Q10 = \lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}} y(x)$ | $Q10 =$ | |
| Q11 | Évaluer la limite $Q11 = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\pi}{2} - \left(tan\frac{\pi x}{2x+1}\right)^{\frac{1}{x}}$ | $Q11 =$ | | Q12 | Soit $a < 1$ et soit $h$ une fonction définie sur $]1,+\infty[$ par $h(x) = \log_a x - \log_x a$. Calculer $Q12 = (h^{-1})'(0)$. | $Q12 =$ | |
| Q13 | Trouver $Q_{13}$ l'ensemble des solutions de l'équation : $\ln\lvert\sin x\rvert + \ln\lvert\tan x\rvert = \ln\lvert\cos x\rvert$ | $Q13 = \{$ | | Q14 | Calculer : $Q_{14} = \lim\limits_{x\to\pi} \int_{\frac{\pi}{2}}^{x} \frac{1}{1 + \sin x - \cos x} dx$ | $Q14 =$ | |
| Q15 | Soit $k \in \mathbb{Z} - \{3\}$. On pose $A = \frac{(2k^2+5k-2)(4k^2+11k+4)}{k+3}$. Déterminer $S$ l'ensemble des valeurs de $k$ tel que $A \in \mathbb{Z}$ | $S = \{$ | | Q16 | Calculer: $Q_{16} = \lim\limits_{n\to+\infty} \frac{1}{n} E\left(\frac{\ln n}{n - \ln n}\right)$ | $Q16 =$ | |

**PARTIE QCM :** *Une réponse juste :* **+ 2pts**, *Pas de réponse :* **0pts**, *Une réponse fausse ou plus d'une seule réponse :* **-1pts**

| | Question | A | B | C | D |
|---|---|---|---|---|---|
| Q17 | Pour quelles valeurs de $m$ la matrice $\begin{pmatrix} 1-m & -3 & 4 \\ 4 & -7-m & 8 \\ 6 & -7 & 7-m \end{pmatrix}$ n'est pas inversible | -1 et 2 | Uniquement -1 | -1 et −3 | Aucunes des trois réponses |
| Q18 | Soit $f$ définie par $f(0) = 0$ et $f(x) = e^{x^2 - x + \ln\lvert x\rvert}$. Alors | $C_f$ admet une tangente en (0,0) | Sur [0,1], $C_f$ est au-dessus de la droite $y = x$ | $C_f$ admet au point (1,1) une tangente de pente 3 | Aucunes des trois réponses |
| Q19 | Soit $m \in \mathbb{R}^*$. Soit $f_m$ définie par $f(0) = m$ et $f_m(x) = \frac{m}{x^2} e^{\frac{1}{x}} + m$. Soit $C_{f_m}$ sa courbe. Alors : | $f_m$ n'est pas dérivable à gauche en 0 | $C_{f_m}$ et $C_{f_{-m}}$ sont symétriques par rapport à l'axe des ordonnées | Pour $m > 0$, on $\max\limits_{]-\infty,0]} f_m = m\left(\frac{2}{\sqrt{2}} + 1\right)$ | Aucunes des trois réponses |
| Q20 | Dans une boite se trouvent 14 jetons portant chacun une lettre du nom "SAHARA MAROCAIN". Soit l'expérience : « tirer simultanément 5 jetons ». On répète cette expérience 3 fois en remettant à chaque tirage les 5 lettres tirées dans la boîte. On suppose que tous les tirages sont équiprobables. Soit $Y$ le nombre de fois de former le nom « SMARA » avec les 5 lettres tirées. Quelle est la probabilité pour que l'on ait $Y = 3$ | $\frac{1000}{(1001)^3}$ | $\frac{1001}{(1001)^3}$ | $\frac{1002}{(1001)^3}$ | $\frac{1003}{(1001)^3}$ |
| Q21 | Une boite $A$ contient 3 jetons numérotés : 1, 2, 4. Une boite $\mathbf{B}$ contient 6 jetons numérotés : 0, 3, 3, 5, 5, 5. On tire au hasard un jeton dans $\mathbf{A}$, on lit le nombre $a$ porté sur le jeton, puis on remet ce jeton tiré dans $A$. On effectue la même opération pour $\mathbf{B}$, soit $b$ le numéro du jeton tiré de $\mathbf{B}$. A ce couple $(a, b)$ on associe le point $M(a, b)$. Quelle est la probabilité pour que $M(a, b)$ soit situé sur l'ellipse d'équation : $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{2}{6}$ | $\frac{3}{6}$ | Aucunes des trois réponses |
| Q22 | Dans l'espace muni d'un repère orthonormé, on considère les deux points $A(1,1,1)$ et $B\left(\frac{-1}{2}, \frac{3}{2}, 0\right)$ et les trois plans ; $(P): x + y + z - 1 = 0$, $(Q): x - y + z + 2 = 0$ et $(H)$ le plan passant par $A$ et perpendiculaire à $(P)$ et à $(Q)$. Soit $S$ la sphère de centre $B$ et passant par $A$. Alors l'intersection de $S$ et $(H)$ est : | Le cercle de centre $(\frac{-1}{4}, \frac{3}{2}, \frac{1}{4})$ et de rayon $\sqrt{\frac{55}{8}}$ | Le plus grand cercle dans la sphère | L'ensemble vide | Aucunes des trois réponses |
| Q23 | Soit $n$, un entier naturel non nul et $(I_n)_n$ la suite définie par : $I_n = \int_1^0 x e^{-nx^2} dx$. Choisir la bonne réponse : | $I_n = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{e^n}\right)\left(1 + \frac{1}{e^n}\right)$. | $(I_n)_n$ est minoré par $\frac{-1}{2}$. | $(I_n)_n$ Converge vers 0 | Aucunes des trois réponses |
| Q24 | Soit l'équation $(E)$ : $sin(x) = cos(2x)$. On cherche le nombre de solutions de $(E)$ appartenant à $[0, 2\pi]$ : | Une solution | Deux solutions | trois solutions | Plus que quatre solutions |
| Q25 | Dans $\mathbb{R}^4$ muni de sa base canonique $(\vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}, \vec{l})$, on considère l'espace vectoriel $F$ défini par : $F = \{\vec{u}(x,y,z,t) / x + y + z + t = 0\}$. La dimension de $F$, notée $dim(F)$, est : | 1 | 2 | 3 | 4 |

| | | |
|---|---|---|
| **Université Hassan II Casablanca** | **Concours d'entrée en 1ère année des années préparatoires de l'ENSAM Casablanca-Meknès**<br>SERIES : SCIENCES PHYSIQUES \ SVT ET TECHNIQUES<br>**Epreuve de mathématique / 1 août 2016** | **Université Moulay Ismail** |
| | Nom : | Signature du candidat / Compostage<br>Ne rien écrire dans ce cadre |
| ensam | Prénom : | |
| | CNE : | |

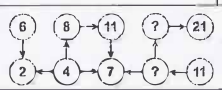
---

| Note : | **Epreuve de mathématique** | **Durée : 2h00** | Compostage<br>Ne rien écrire dans ce cadre |
|---|---|---|---|
| 50 | ***Important :*** *La fiche ne doit porter aucun signe indicatif ni signature* | | |

**QUESTIONS REPONSES PRECISES :** *(Une réponse juste :* **2pts***, une réponse fausse ou pas de réponse :* **0pts***)*

| | | | NOTES | | | | NOTES |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Q1 | Pour $a \in \mathbb{R}$, calculer $Le = \lim_{n} \frac{1}{n}\left(\left(a+\frac{1}{n}\right)^2 + \left(a+\frac{2}{n}\right)^2 + \cdots + \left(a+\frac{n-1}{n}\right)^2\right)$ | $Le =$ | | Q2 | Soit $(u_n)_n$ une suite convergente telle que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $\frac{1}{2} < u_n < 1$. On considère la suite $(X_n)_n$ telle que : $X_0 = u_0$ et $\forall n \in \mathbb{N}$, $X_{n+1} = \frac{X_n + u_{n+1}}{1 + X_n u_{n+1}}$. Calculer $\lim_{n\to+\infty} X_n$. | $\lim_{n\to+\infty} X_n =$ | |
| Q3 | Soit $\alpha \in \mathbb{C}$. Déterminer, $\Gamma$, l'ensemble des points du plan complexe dont les affixes $z$ vérifient: $\lvert z-\alpha\rvert = \lvert 2z-\alpha\rvert$ | $\Gamma$ est .... | | Q4 | Soit $\theta \in \mathbb{R}$ et soit $a$ une solution de l'équation $x^2 - 2\cos(\theta)x + 1 = 0$. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, calculer : $Se = a^n + \frac{1}{a^n}$ | $Se =$ | |
| Q5 | Déterminer le domaine de définition, $D$, de la fonction $f(x) = \tan\left(\pi \sin\left(\frac{\pi}{6}x\right)\right)$. | | | Q6 | Soit $P$ un polynôme à coefficients strictement positifs. Calculer : $Q6 = \lim_{x\to+\infty} \frac{E(P(x))}{P(E(x))}$ | $Q6 =$ | |
| Q7 | Calculer la dérivée d'ordre $n$ de la fonction $f(x) = e^x \sin(x)$ | | | Q8 | Soit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dérivable telles que : $\forall (x,y) \in \mathbb{R}^2$, $f(x+y) = f(x)f(y)$. Calculer $f'$ | $f' =$ | |
| Q9 | Soit $f$ une fonction dérivable en 0 telle que $f(0) = 0$. Pour $k \in \mathbb{N}^*$, trouver : $Q9 = \lim_{x\to0} \frac{1}{x}\left(f(x) + f\left(\frac{x}{2}\right) + f\left(\frac{x}{3}\right) + \cdots + f\left(\frac{x}{k}\right)\right)$. | $Q9 =$ | | Q10 | Résoudre l'équation différentielles : $y' \tan x = y \ln y$, et $y(0) = \pi$ | $y(x) =$ | |
| Q11 | Évaluer la limite $Je = \lim_{x\to+\infty} 1 - \left(tan\frac{\pi x}{2x+1}\right)^{\frac{1}{x}}$ | $Je =$ | | Q12 | Soit $a < 1$ et soit $h$ une fonction définie sur $]1,+\infty[$ par $h(x) = \log_a x - \log_x a$. Calculer $Q12 = (h^{-1})'(0)$. | $Q12 =$ | |
| Q13 | Calculer : $Q_{13} = \lim_{x\to\pi} \int_{\frac{\pi}{2}}^{x} \frac{1}{1+\sin x - \cos x}dx$ | $Q13 = \{$ | | Q14 | Calculer : $Lt = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt{\tan x}}{\sin 2x}dx$ | $Lt =$ | |
| Q15 | Trouver $S$ l'ensemble des solutions de l'équation : $\ln\lvert\sin x\rvert + \ln\lvert\tan x\rvert = \ln\lvert\cos x\rvert$ | $S = \{$ | | Q16 | Calculer: $Q_{16} = \lim_{n\to+\infty} \frac{1}{n} E\left(\frac{\ln n}{n - \ln n}\right)$ | $Q16 =$ | |

**PARTIE QCM :** *Une réponse juste : +* **2pts***, Pas de réponse :* **0pts***, Une réponse fausse ou plus d'une seule réponse :* **-1pts**

| | | A | B | C | D |
|---|---|---|---|---|---|
| Q17 | Pour quelles valeurs de $m$ la matrice $\begin{pmatrix} 1-m & -3 & 4 \\ 4 & -7-m & 8 \\ 6 & -7 & 7-m \end{pmatrix}$ n'est pas inversible | -1 et 2 | Uniquement -1 | -1 et −3 | Aucunes des trois réponses |
| Q18 | Soit $f$ définie par $f(0) = 0$ et $f(x) = e^{x^2 - x + \ln\lvert x\rvert}$. Alors | $C_f$ admet une tangente en (0,0) | Sur [0,1], $C_f$ est au-dessus de la droite $y = x$ | $C_f$ admet au point (1,1) une tangente de pente 3 | Aucunes des trois réponses |
| Q19 | Soit $m \in \mathbb{R}^*$. Soit $f_m$ définie par $f(0) = m$ et $f_m(x) = \frac{m}{x^2}e^{\frac{1}{x}} + m$. Soit $C_{f_m}$ sa courbe. Alors : | $f_m$ n'est pas dérivable à gauche en 0 | $C_{f_m}$ et $C_{f_{-m}}$ sont symétriques par rapport à l'axe des ordonnées | Pour $m > 0$, on $\max_{]-\infty,0]} f_m = m\left(\frac{2}{\sqrt{2}} + 1\right)$ | Aucunes des trois réponses |
| Q20 | Dans une boite se trouvent 14 jetons portant chacun une lettre du nom "SAHARA MAROCAIN". Soit l'expérience : « tirer simultanément 5 jetons ». On répète cette expérience 3 fois en remettant à chaque tirage les 5 lettres tirées dans la boîte. On suppose que tous les tirages sont équiprobables. Soit $\boldsymbol{Y}$ le nombre de fois de former le nom « SMARA » avec les 5 lettres tirées. Quelle est la probabilité pour que l'on ait $\boldsymbol{Y = 3}$ | $\frac{1000}{(1001)^3}$ | $\frac{1001}{(1001)^3}$ | $\frac{1002}{(1001)^3}$ | $\frac{1003}{(1001)^3}$ |
| Q21 | Une boite $\boldsymbol{A}$ contient 3 jetons numérotés : 1, 2, 4. Une boite B contient 6 jetons numérotés : 0, 3, 3, 5, 5, 5. On tire au hasard un jeton dans $\boldsymbol{A}$, on lit le nombre $a$ porté sur le jeton, puis on remet ce jeton tiré dans $\boldsymbol{A}$. On effectue la même opération pour B, soit $b$ le numéro du jeton tiré de $\boldsymbol{B}$. A ce couple $(a,b)$ on associe le point $M(a,b)$. Quelle est la probabilité pour que $M(a,b)$ soit situé sur l'ellipse d'équation : $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{2}{6}$ | $\frac{3}{6}$ | Aucunes des trois réponses |
| Q22 | Dans l'espace muni d'un repère orthonormé, on considère les deux points $A(1,1,1)$ et $B\left(\frac{-1}{2},\frac{3}{2},0\right)$ et les trois plans ; $(P): x+y+z-1=0$, $(Q): x-y+z+2=0$ et $(H)$ le plan passant par $A$ et perpendiculaire à $(P)$ et à $(Q)$. Soit $S$ la sphère de centre $B$ et passant par $A$. Alors l'intersection de $\boldsymbol{S}$ **et** $(H)$ est : | Le cercle de centre $\left(\frac{-1}{4},\frac{3}{2},\frac{1}{4}\right)$ et de rayon $\sqrt{\frac{55}{8}}$ | Le plus grand cercle dans la sphère | L'ensemble vide | Aucunes des trois réponses |
| Q23 | Soit $n$, un entier naturel non nul et $(I_n)_n$ la suite définie par : $I_n = \int_1^0 xe^{-nx^2}dx$. Choisir la bonne réponse : | $I_n = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{e^n}\right)\left(1 + \frac{1}{e^n}\right)$. | $(I_n)_n$ est minoré par $\frac{-1}{2}$. | $(I_n)_n$ Converge vers 0 | Aucunes des trois réponses |
| Q24 | Soit l'équation $(E)$ : $sin(x) = cos(2x)$. On cherche le nombre de solutions de $(E)$ appartenant à $[0, 2\pi]$ : | Une solution | Deux solutions | trois solutions | Plus que quatre solutions |
| Q25 | Trouver la fonction de chaque flèche pour compléter les derniers cercles :  | 18 et 9 | 8 et 12 | 17 et 9 | Aucunes des trois réponses |